



# Robotique autonome

## Cartographie

Francis Colas

# Introduction

## Perception

- interprétation des valeurs des capteurs ;
- inférence sur l'environnement ;
- inférence sur l'état du robot ;
- construction d'une représentation interne.

## Localisation

- estimation de la pose ;
- différentes sortes de cartes ;
- différentes approches (géométrique optimisation, filtrage) ;
- exemples : *Markov localization* et *Monte Carlo localization*.

# Introduction

## Cartographie

- création d'une représentation de l'environnement,
- à partir des données des capteurs ;
- usages principaux :
  - localisation,
  - navigation.

## Objectifs d'aujourd'hui

- retour sur la localisation ;
- modélisation de l'espace ;
- cartographie ;
- *Simultaneous Localization and Mapping (SLAM)* ;
- espace de configuration.

# 1

## Localisation

## *Markov Localization*

### Principe

- estimation de la pose,
- odométrie et observations ;
- filtre bayésien,
- état discrétisé.

## Markov Localization

### Principe

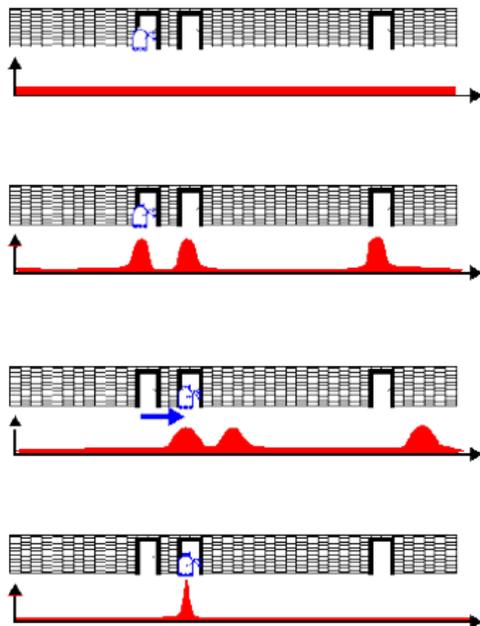
- estimation de la pose,
- odométrie et observations ;
- filtre bayésien,
- état discrétisé.

### Inférence

$$p(\mathbf{x}_k \mid \mathbf{z}_{1:k}, \mathbf{u}_{1:k})$$
$$p(\mathbf{x}_{k+1} \mid \mathbf{z}_{1:k}, \mathbf{u}_{1:k+1}) = \sum_{\mathbf{x}_k} p(\mathbf{x}_{k+1} \mid \mathbf{x}_k, \mathbf{u}_{k+1})p(\mathbf{x}_k \mid \mathbf{z}_{1:k}, \mathbf{u}_{1:k})$$
$$p(\mathbf{x}_{k+1} \mid \mathbf{z}_{1:k+1}, \mathbf{u}_{1:k+1}) \propto p(\mathbf{z}_{k+1} \mid \mathbf{x}_{k+1})p(\mathbf{x}_{k+1} \mid \mathbf{z}_{1:k}, \mathbf{u}_{1:k+1})$$

# Markov Localization

Illustration



Exemple de *Markov Localization* (D. Fox)

## Markov Localization

### Exemple

- un robot, une porte en  $x_d = 6$  ;
- $x_k \in \{0, \dots, 9\}$ ,  $u_k \in \{-1, 0, 1\}$ ,  $z_k \in \{\text{loin, proche, devant}\}$  ;

## Markov Localization

### Exemple

- un robot, une porte en  $x_d = 6$  ;
- $x_k \in \{0, \dots, 9\}$ ,  $u_k \in \{-1, 0, 1\}$ ,  $z_k \in \{\text{loin, proche, devant}\}$  ;
- modèle de transition :
  - 90% de chances d'arriver où il fallait,
  - 5% de chances d'être allé trop loin ou pas assez de 1 case,

$$p(x_{k+1} | x_k, u_{k+1}) = \begin{cases} 90\% & \text{si } x_{k+1} = x_k + u_{k+1} \\ 5\% & \text{si } \|x_{k+1} - (x_k + u_{k+1})\| = 1 \\ 0\% & \text{sinon} \end{cases}$$

## Markov Localization

### Exemple

- un robot, une porte en  $x_d = 6$  ;
- $x_k \in \{0, \dots, 9\}$ ,  $u_k \in \{-1, 0, 1\}$ ,  $z_k \in \{\text{loin, proche, devant}\}$  ;
- modèle de transition :
  - 90% de chances d'arriver où il fallait,
  - 5% de chances d'être allé trop loin ou pas assez de 1 case,

$$p(x_{k+1} | x_k, u_{k+1}) = \begin{cases} 90\% & \text{si } x_{k+1} = x_k + u_{k+1} \\ 5\% & \text{si } \|x_{k+1} - (x_k + u_{k+1})\| = 1 \\ 0\% & \text{sinon} \end{cases}$$

- modèle d'observation :
  - 80% de ne pas se tromper,
  - 10% sur chaque autre cas :

$$p(z_k | x_k) = \begin{cases} 80\% & \text{si } \|x_k - x_d\| > 1 \text{ et } z_k = \text{loin} \\ 80\% & \text{si } \|x_k - x_d\| = 1 \text{ et } z_k = \text{proche} \\ 80\% & \text{si } x_k = x_d \text{ et } z_k = \text{devant} \\ 10\% & \text{sinon} \end{cases}$$

# Monte Carlo Localization

## Principe

- estimation de la pose,
- odométrie et observations ;
- filtre bayésien,
- **filtre à particules.**

# Monte Carlo Localization

## Principe

- estimation de la pose,
- odométrie et observations ;
- filtre bayésien,
- **filtre à particules.**

## Fonctionnement

$$\left\{ \left( x_k^{(i)}, w_k^{(i)} \right)_i \right\}$$

# Monte Carlo Localization

## Principe

- estimation de la pose,
- odométrie et observations ;
- filtre bayésien,
- **filtre à particules.**

## Fonctionnement

$$\left\{ \left( x_k^{(i)}, w_k^{(i)} \right)_i \right\}$$
$$x_{k+1}^{(i)} \sim p(x_{k+1} \mid x_k^{(i)}, u_{k+1})$$

# Monte Carlo Localization

## Principe

- estimation de la pose,
- odométrie et observations ;
- filtre bayésien,
- **filtre à particules.**

## Fonctionnement

$$\left\{ \left( x_k^{(i)}, w_k^{(i)} \right)_i \right\}$$
$$x_{k+1}^{(i)} \sim p(x_{k+1} \mid x_k^{(i)}, u_{k+1})$$
$$w_{k+1}^{(i)} = w_k^{(i)} \times p(z_{k+1} \mid x_{k+1}^{(i)})$$

# Monte Carlo Localization

## Principe

- estimation de la pose,
- odométrie et observations ;
- filtre bayésien,
- **filtre à particules.**

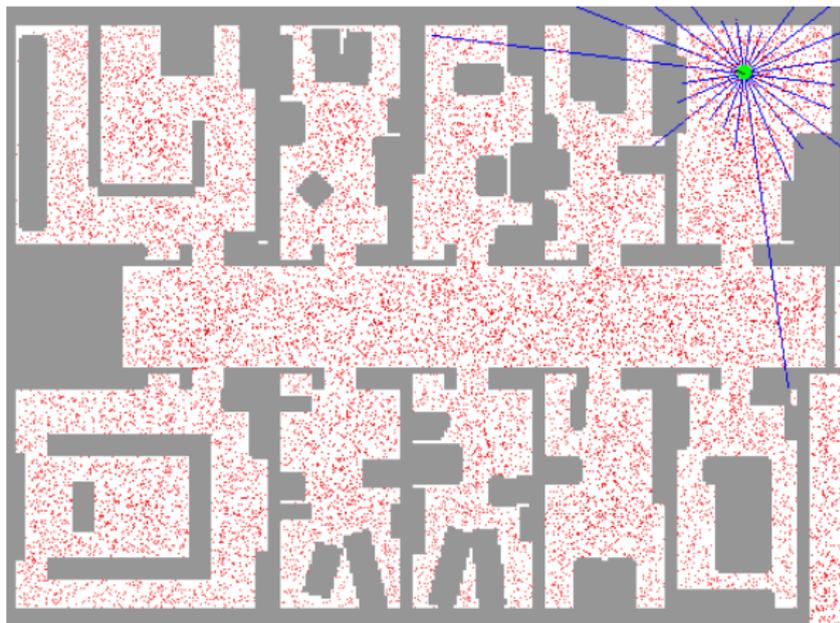
## Fonctionnement

$$\left\{ \left( x_k^{(i)}, w_k^{(i)} \right)_i \right\}$$
$$x_{k+1}^{(i)} \sim p(x_{k+1} | x_k^{(i)}, u_{k+1})$$
$$w_{k+1}^{(i)} = w_k^{(i)} \times p(z_{k+1} | x_{k+1}^{(i)})$$

ré-échantillonnage

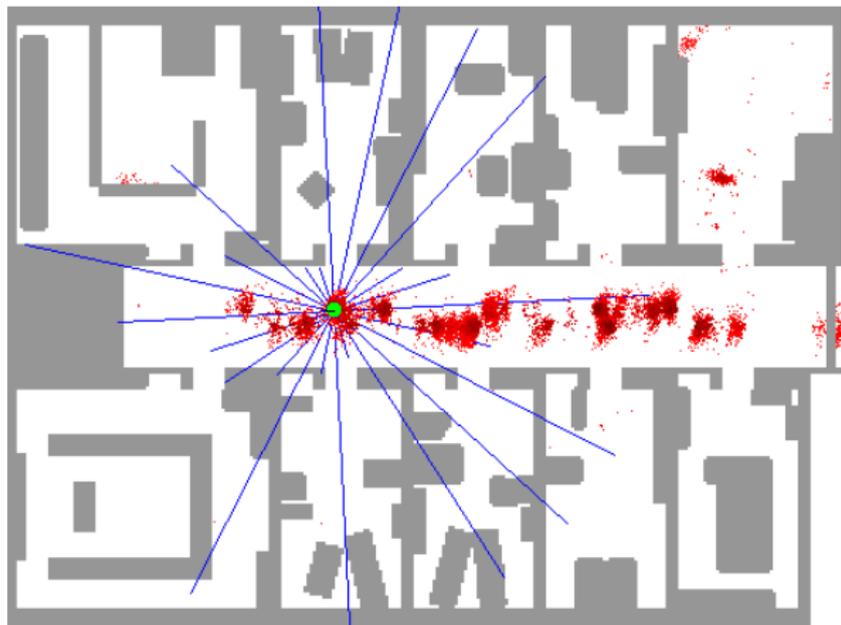
## Monte Carlo Localization

Illustration



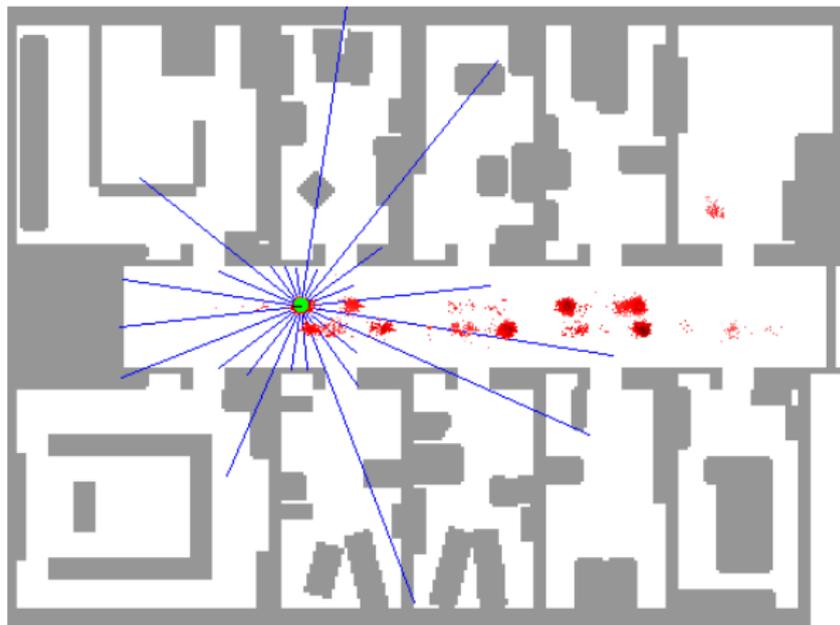
## Monte Carlo Localization

Illustration



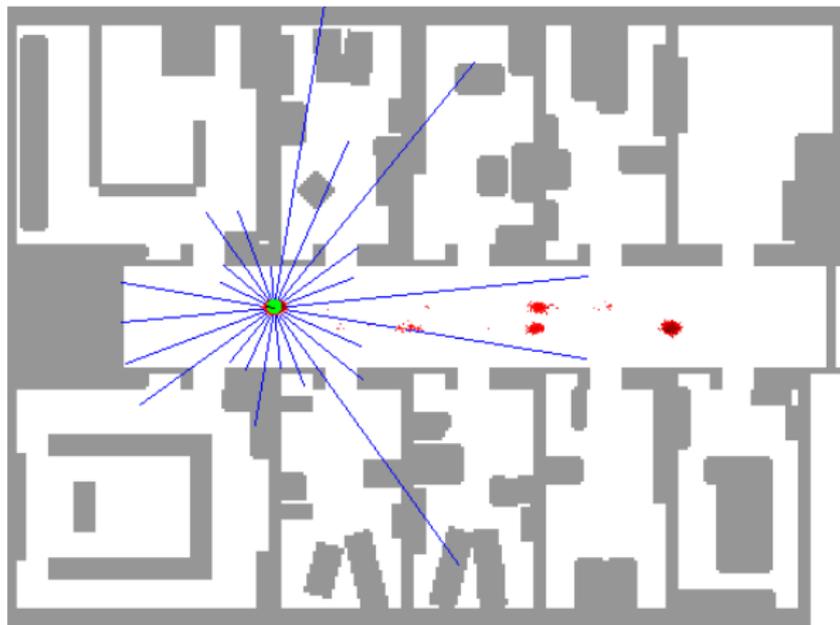
## Monte Carlo Localization

Illustration



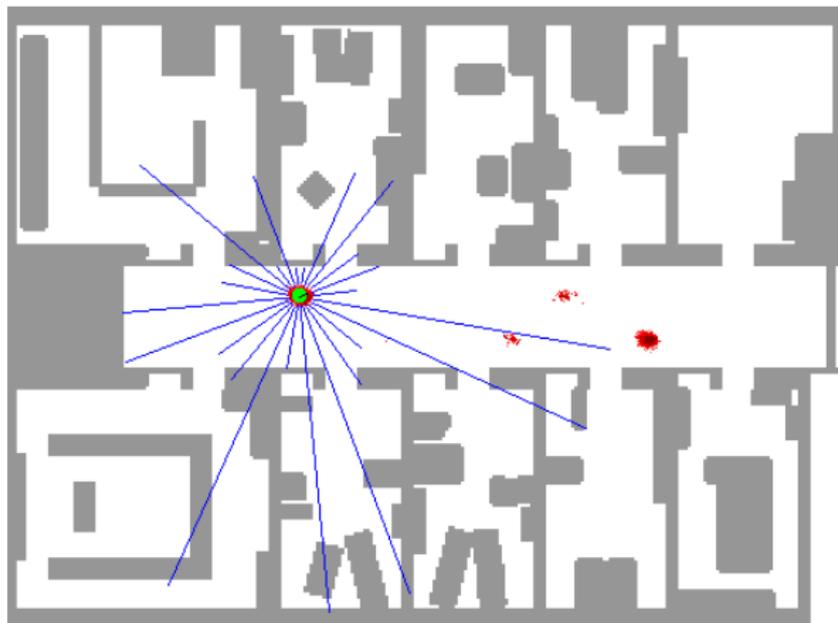
## Monte Carlo Localization

Illustration



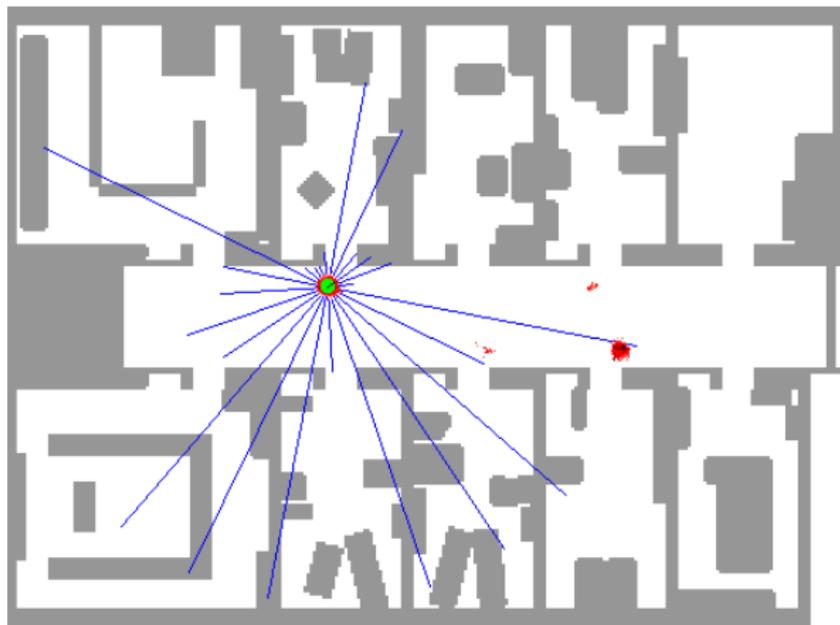
## Monte Carlo Localization

Illustration



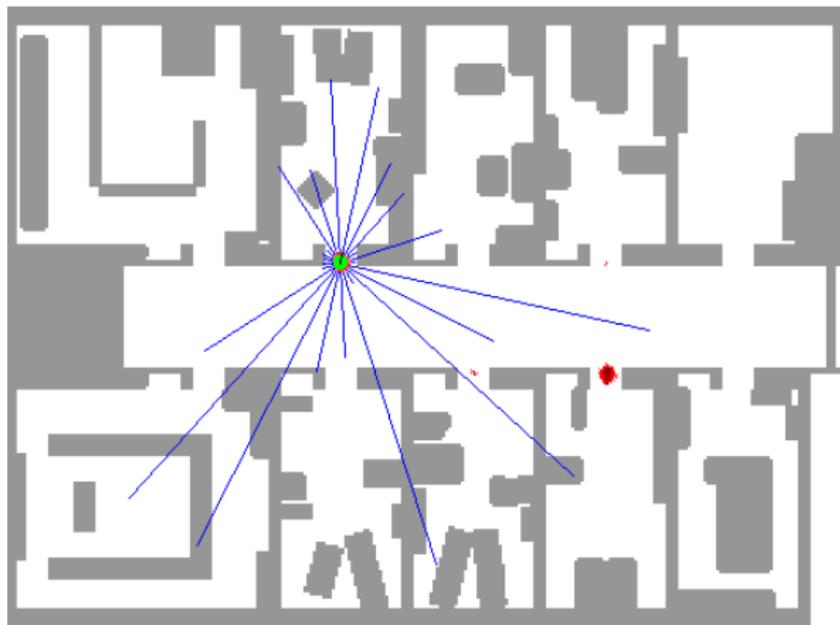
## Monte Carlo Localization

Illustration



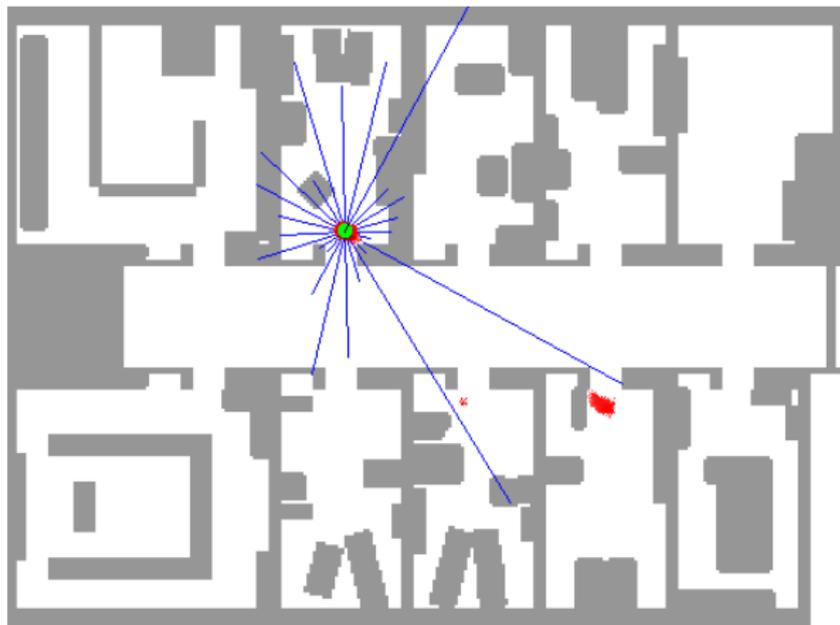
## Monte Carlo Localization

Illustration



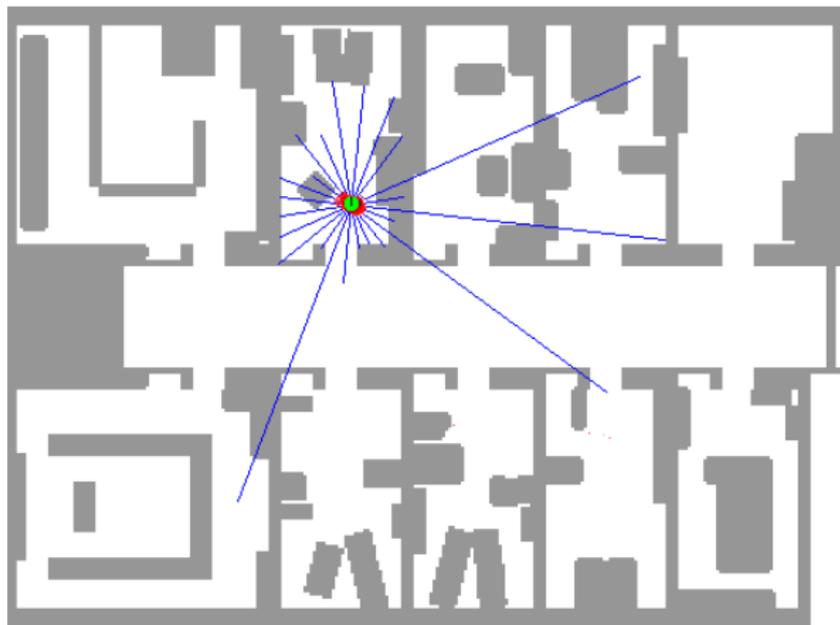
## Monte Carlo Localization

Illustration



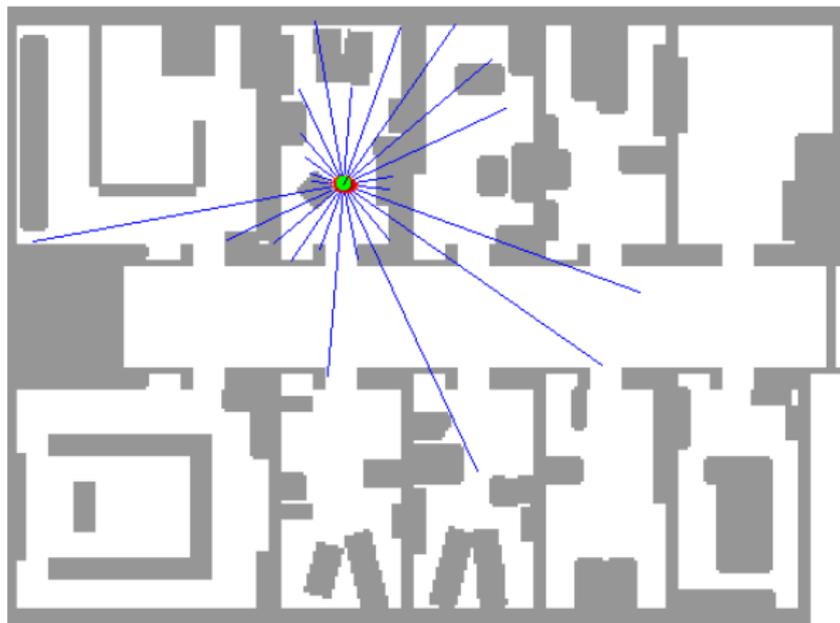
## Monte Carlo Localization

Illustration



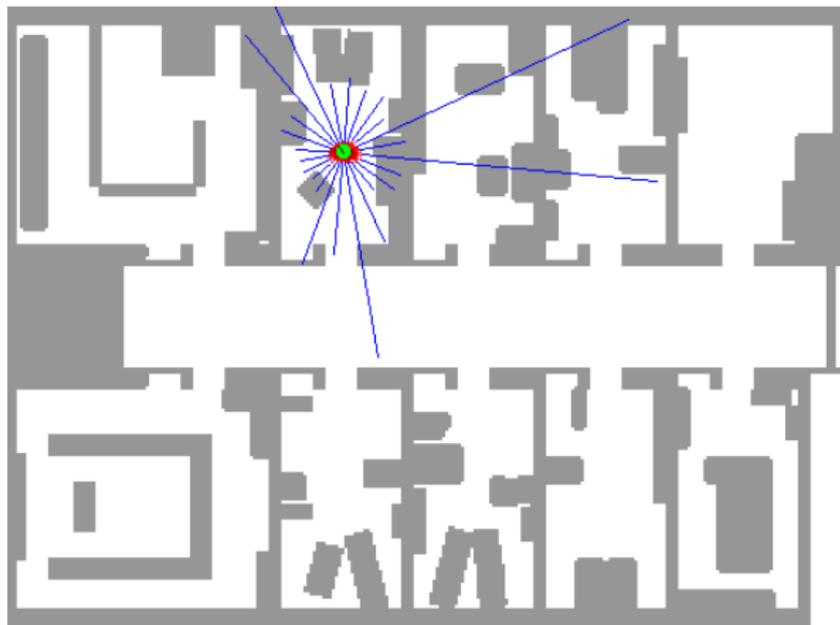
## Monte Carlo Localization

Illustration



## Monte Carlo Localization

Illustration



# Conclusion sur la localisation

## Localisation

- *Markov localization* :
  - distribution discrétisée,
  - mauvais passage à l'échelle ;
- *Monte Carlo localization* :
  - population de particules,
  - problèmes de dégénérescence ;
- carte connue.

# 2

## Modélisation de l'espace

## Modélisation de l'espace

### Approfondissement des représentations

- qu'est-ce qui est représenté ?
- caractéristiques ;
- manipulation des cartes.

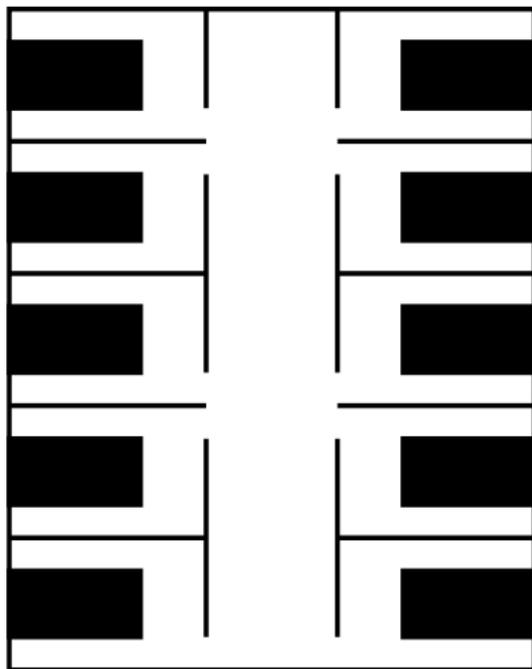
### Cartes

- géométrique ;
- carte d'amers (*landmark map*) ;
- nuage de points (*point cloud*) ;
- grille d'occupation (*occupancy grid*) ;
- carte d'élévation (*digital elevation map*) ;
- *pose graph* ;
- topologique ;
- sémantique.

# Carte géométrique

## Carte géométrique

- liste de primitives géométriques :
  - polygones ou segments en 2D,
  - triangles ou polyèdres en 3D ;
- représentation des obstacles ;
- carte métrique dense ;
- difficile à construire à partir de données capteurs ;
- planification facile ;
- passage à l'échelle : nombre et complexité des obstacles.

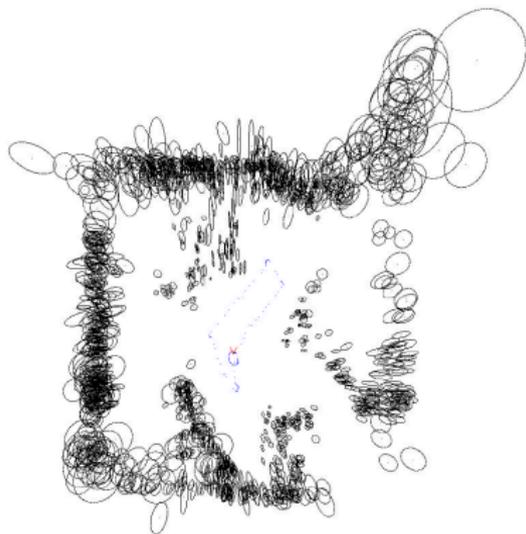


Carte géométrique

## Carte d'amers

### Carte d'amers

- liste de points de référence :
  - descripteur,
  - position ;
- représentation des éléments saillants ;
- carte métrique creuse ;
- facile à construire à partir des données capteurs ;
- conçue pour la localisation ;
- planification très difficile ;
- passage à l'échelle : nombre des points de référence.

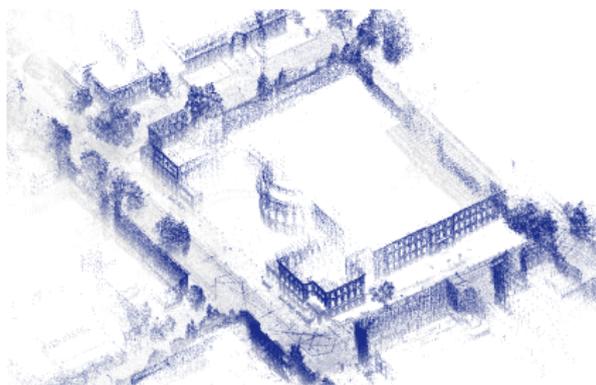


Carte d'amers visuels

# Nuage de points

## Nuage de points

- liste de points :
  - position,
  - parfois couleur ;
- représentation des surfaces par échantillonnage ;
- carte métrique creuse ;
- facile à construire à partir des données capteurs ;
- planification difficile ;
- passage à l'échelle : densité des points et surface.



Nuage de points

# Grille d'occupation

## Grille d'occupation

- représentation dense de l'espace :
  - segmentation de l'espace,
  - probabilité d'occupation ;
- espace libre, occupé ou inconnu ;
- carte métrique dense ;
- bonne construction à partir de données de distance ;
- planification facile ;
- passage à l'échelle : surface (ou volume) et résolution.



Grille d'occupation

# Carte d'élévation

## Carte d'élévation

- représentation de la hauteur du sol ;
- carte en 2,5D ;
- carte métrique dense ;
- bonne construction à partir de données de distance ;
- planification facile ;
- passage à l'échelle : surface et résolution.



Carte d'élévation

# Pose Graph

## Pose Graph

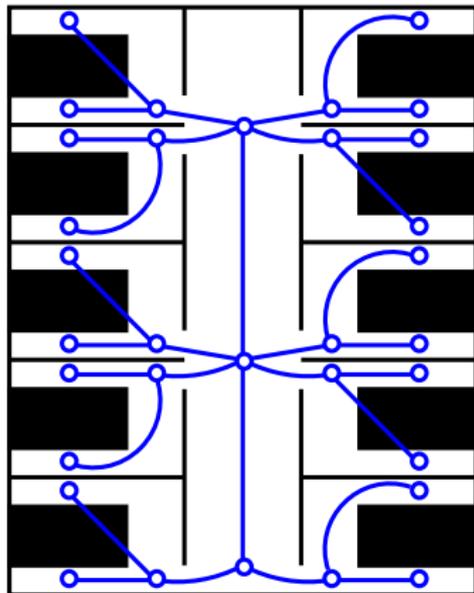
- liste des poses des robots :
  - données capteurs associées,
  - lien entre les poses ;
- organisation des données des capteurs ;
- carte non métrique ;
- facile à construire ;
- planification difficile ;
- passage à l'échelle : taille des données.



# Carte topologique

## Carte topologique

- graphe de zones :
  - espace libre,
  - voisinage entre les zones ;
- plus haut niveau ;
- carte non métrique ;
- planification de chemin difficile ;
- passage à l'échelle : nombre de zones.

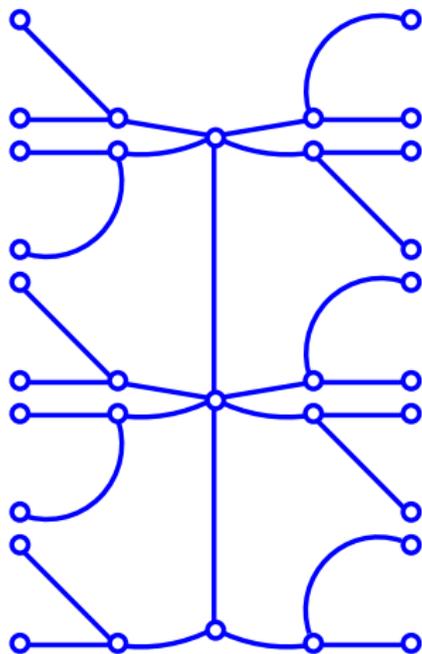


Carte géométrique et topologique

# Carte topologique

## Carte topologique

- graphe de zones :
  - espace libre,
  - voisinage entre les zones ;
- plus haut niveau ;
- carte non métrique ;
- planification de chemin difficile ;
- passage à l'échelle : nombre de zones.

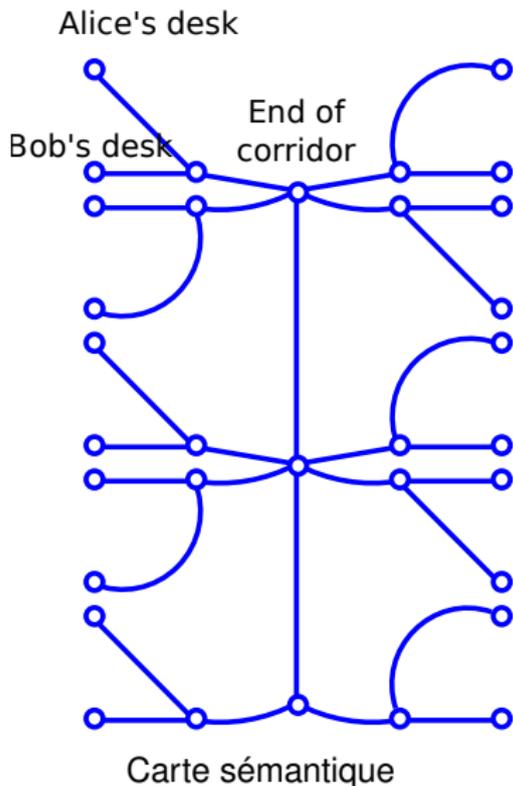


Carte topologique

# Carte sémantique

## Carte sémantique

- informations sémantiques :
  - qualitatives,
  - usage ;
- carte non métrique ;
- difficile à construire à partir de données capteurs ;
- planification de haut niveau ;
- passage à l'échelle : nombre de lieux.



## Conclusion sur les cartes

### Différents usages

- localisation ;
- planification de chemin ;
- planification de tâches ;
- visualisation.

### Différentes caractéristiques

- métrique ou non ;
- dense ou non ;
- facilité de construction ;
- facilité de planification.

# 3

## Cartographie

# Cartographie

## Définition

- construction d'une carte,
- à partir de données capteurs,
- **en connaissant la pose** ;
- algorithmes différents en fonction du type de carte ;
- importance des capteurs.

## Exemples

- *pose graph* ;
- nuage de points ;
- grille d'occupation.

## Construction d'un *pose graph*

### Construction d'un *pose graph*

- deux types d'éléments :
  - nœud avec pose, et données capteurs,
  - lien entre les nœuds : déplacement relatif ;
- algorithme :
  - à chaque nouvelle donnée : rajouter un nœud au graphe,
  - relier le nœud au précédent grâce à la localisation,
  - éventuellement chercher un autre nœud proche (fermeture de boucle).

# Construction d'un nuage de points

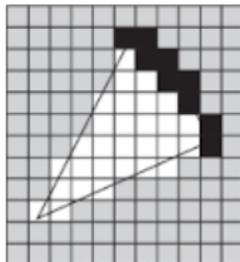
## Construction d'un nuage de points

- valeurs capteurs :
  - carte de profondeur,
  - scan laser (2D ou 3D),
  - dans le référentiel capteur ;
- algorithme :
  - à chaque nouvelle donnée : créer un nuage de point dans le référentiel capteur,
  - transformer ce nuage de point grâce à la position du capteur,
  - concaténer à la carte,
  - nettoyer la carte.

# Construction d'une grille d'occupation

## Construction d'une grille d'occupation

- valeurs capteurs :
  - scan laser 2D,
  - scan 3D ou carte de profondeur (grille 3D),
  - distance centrée sur le capteur ;
- algorithme :
  - lancé de rayon pour chaque distance mesurée,
  - mise à jour des valeurs d'occupation pour chaque case sur le rayon.



Lancer de rayon

## Conclusion sur la cartographie

### Construction d'une carte

- transformation des données centrées capteur ;
- accumulation dans une carte ;
- relativement facile si la pose est connue.

# Conclusion sur la cartographie

## Construction d'une carte

- transformation des données centrées capteur ;
- accumulation dans une carte ;
- relativement facile si la pose est connue.

## Localisation

- trouver la pose,
- quand la carte est connue.

# 4

## Simultaneous Localization and Mapping

# SLAM

## Définition

- *Simultaneous Localization and Mapping*
- localisation et cartographie en même temps.

## Problème du SLAM

- pose n'est pas connue ;
- la carte n'est pas donnée.

# Approches

## Approches

- probabiliste :
  - estimation d'état (pose et carte) avec un EKF,
  - estimation d'état (pose et carte) avec un filtre à particules ;
- optimisation :
  - en parallèle : optimisation de la carte et de la pose.

# Approche probabiliste

## Approche probabiliste

- estimation conjointe de l'état et de la carte :

$$p(\mathbf{x}_k, \mathbf{m} \mid \mathbf{z}_{1:k}, \mathbf{u}_{1:k})$$

- variables :

- état du robot :

$\mathbf{x}_k$

- observation :  $\mathbf{z}_k$

- commande :  $\mathbf{u}_k$

- carte :  $\mathbf{m}$

- modèles :

- mouvement :  $p(\mathbf{x}_{k+1} \mid \mathbf{x}_k, \mathbf{u}_{k+1})$ ,

- observation :  $p(\mathbf{z}_k \mid \mathbf{x}_k, \mathbf{m})$ .

- inférence :

- prédiction :

$$p(\mathbf{x}_{k+1}, \mathbf{m} \mid \mathbf{z}_{1:k}, \mathbf{u}_{1:k+1}) = \sum_{\mathbf{x}_k} p(\mathbf{x}_{k+1} \mid \mathbf{x}_k, \mathbf{u}_{k+1}) p(\mathbf{x}_k, \mathbf{m} \mid \mathbf{z}_{1:k}, \mathbf{u}_{1:k})$$

- mise-à-jour :

$$p(\mathbf{x}_{k+1}, \mathbf{m} \mid \mathbf{z}_{1:k+1}, \mathbf{u}_{1:k+1}) \propto p(\mathbf{z}_{k+1} \mid \mathbf{x}_{k+1}, \mathbf{m}) p(\mathbf{x}_{k+1}, \mathbf{m} \mid \mathbf{z}_{1:k}, \mathbf{u}_{1:k+1})$$

# EKF-SLAM

## EKF-SLAM

- carte d'amers : position 2D ;
- filtre de Kalman étendu sur la pose et les amers ;
- problème d'association des données (*data association*) :
  - identifier quelle observation correspond à quel amer dans la carte.

## Inférence

- inférence dans un filtre de Kalman :
  - multiplication et inversion de matrices de covariance et jacobiniennes ;
  - complexité cubique en la taille de l'espace.

# Fast-SLAM

## Fast-SLAM

- carte d'amers ;
- grille d'occupation ;
- filtre à particules sur la pose et la carte ;

## Inférence

- factorisation (*Rao-Blackwellization*) :

$$p(\mathbf{x}_{0:k}, \mathbf{m} \mid \mathbf{z}_{1:k}, \mathbf{u}_{1:k}) = p(\mathbf{m} \mid \mathbf{x}_{0:k}, \mathbf{z}_{1:k})p(\mathbf{x}_{0:k} \mid \mathbf{z}_{1:k}, \mathbf{u}_{1:k})$$

- algorithme :

- tirer  $\mathbf{x}_{k+1}^{(i)} \sim \pi(\mathbf{x}_{k+1} \mid \mathbf{x}_{0:k}^{(i)}, \mathbf{z}_{1:k})$  pour augmenter  $\mathbf{x}_{0:k}^{(i)}$ ,
- pondérer  $w_{k+1}^{(i)} = w_k^{(i)} \frac{p(\mathbf{z}_{k+1} \mid \mathbf{x}_{0:k+1}^{(i)}, \mathbf{z}_{1:k})p(\mathbf{x}_{k+1}^{(i)} \mid \mathbf{x}_k^{(i)}, \mathbf{u}_{k+1})}{\pi(\mathbf{x}_{k+1} \mid \mathbf{x}_{0:k}^{(i)}, \mathbf{z}_{1:k})}$ ,
- *resampling*,
- mise-à-jour de la carte pour chaque particule (cartographie normale).

## Parallel Tracking and Mapping

- vision monoculaire pour la réalité augmentée :
  - pas d'odométrie,
  - données à haute fréquence,
  - pas de mesure de distance,
  - descripteurs visuels ;
- deux processus en parallèle :
  - *Tracking* : localisation de la caméra,
  - *Mapping* : mise-à-jour de la carte.
- comparaison à une image de référence ;
- minimisation de l'erreur de reprojection ;
- ajout d'images de référence dans la carte par optimisation globale (*bundle adjustment*).

## Conclusion sur le SLAM

### Conclusion sur le SLAM

- intégration de la localisation et de la cartographie ;
- cas réel d'incertitude sur la position et d'absence de carte a priori ;
- inférence ou optimisation conjointe sur la pose et la carte.

# 5

## Espace de configuration

# Configuration

## Configuration

- une paramétrisation permettant de spécifier complètement la position de l'ensemble des points d'un système ;
- (coordonnées généralisées en mécanique) ;
- point :
  - coordonnées cartésiennes ;
- robot rigide :
  - pose : position d'un point et orientation ;
- bras robotique :
  - n-uplet des angles de chaque articulation ;
- robot humanoïde :
  - position et orientation du torse, angle de chaque articulation.

# Trajectoire

## Chemin

- une séquence de configurations,
- reliant un état de départ à un état d'arrivée (but) ;

# Trajectoire

## Chemin

- une séquence de configurations,
- reliant un état de départ à un état d'arrivée (but) ;

## Trajectoire

- une fonction du temps vers les configurations,
- reliant un état de départ à un état d'arrivée,
- permettant de définir des vitesses et des commandes.

# Trajectoire

## Chemin

- une séquence de configurations,
- reliant un état de départ à un état d'arrivée (but) ;

## Trajectoire

- une fonction du temps vers les configurations,
- reliant un état de départ à un état d'arrivée,
- permettant de définir des vitesses et des commandes.

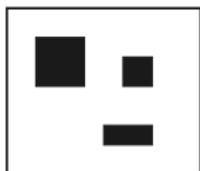
## Contraintes

- distance minimale ;
- coût (à définir) minimal ;
- sécurité, distance aux obstacles ;
- faisabilité cinématique ;
- faisabilité dynamique.

# Espace de configuration

## Espace de travail

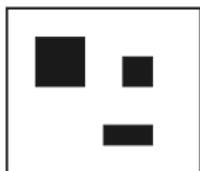
- espace dans lequel évolue le robot :
  - robot à roues standard : 2D ;
  - robot normal : 3D.



# Espace de configuration

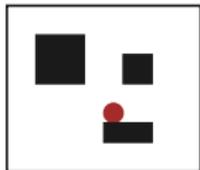
## Espace de travail

- espace dans lequel évolue le robot :
  - robot à roues standard : 2D ;
  - robot normal : 3D.



## Espace de configuration

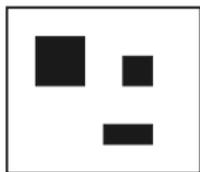
- ensemble des configurations réalisables ;
- prend en compte les contraintes physiques du robot.



# Espace de configuration

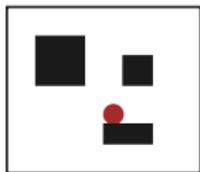
## Espace de travail

- espace dans lequel évolue le robot :
  - robot à roues standard : 2D ;
  - robot normal : 3D.



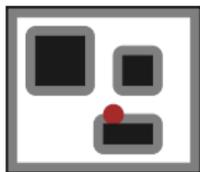
## Espace de configuration

- ensemble des configurations réalisables ;
- prend en compte les contraintes physiques du robot.



## Espace libre

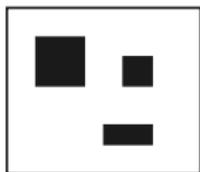
- ensemble des configurations réalisables sans collision ;
- prend en compte les collisions avec les obstacles.



# Espace de configuration

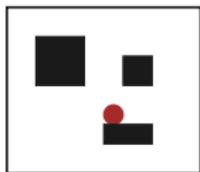
## Espace de travail

- espace dans lequel évolue le robot :
  - robot à roues standard : 2D ;
  - robot normal : 3D.



## Espace de configuration

- ensemble des configurations réalisables ;
- prend en compte les contraintes physiques du robot.



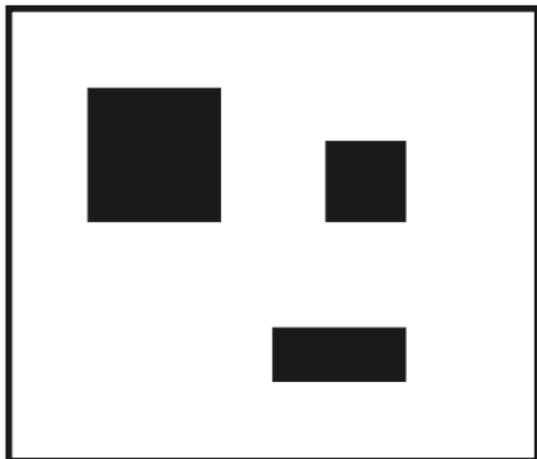
## Espace libre

- ensemble des configurations réalisables sans collision ;
- prend en compte les collisions avec les obstacles.



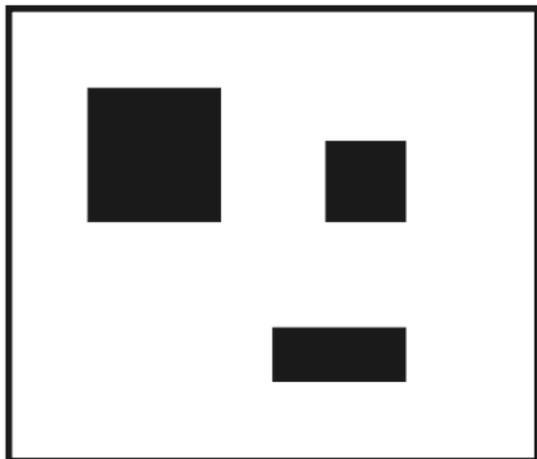
## Exemple d'un robot mobile circulaire

Espace de travail

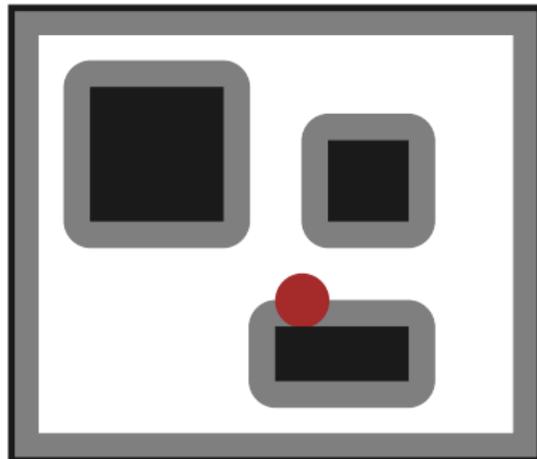


## Exemple d'un robot mobile circulaire

Espace de travail

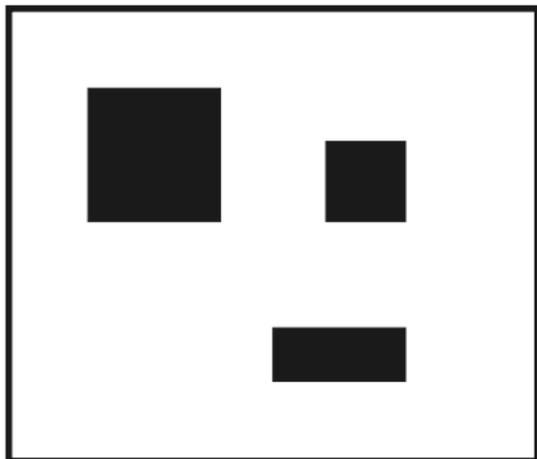


*Obstacle Inflation* (somme de Minkowski)

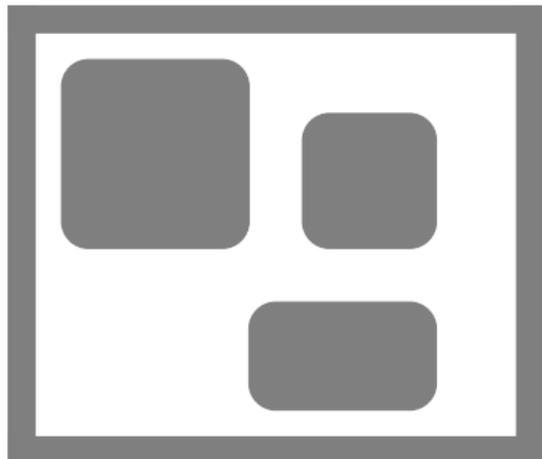


## Exemple d'un robot mobile circulaire

Espace de travail

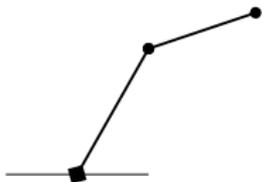


Espace libre



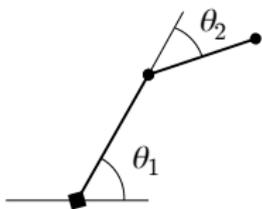
## Exemple d'un bras robotique

Bras robotique



## Exemple d'un bras robotique

Bras avec deux degrés de liberté

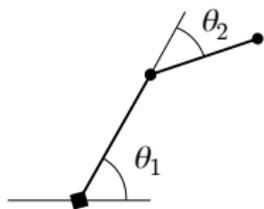


Degrés de liberté

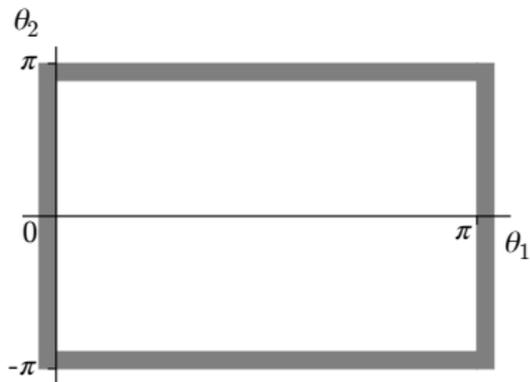


## Exemple d'un bras robotique

Bras avec deux degrés de liberté

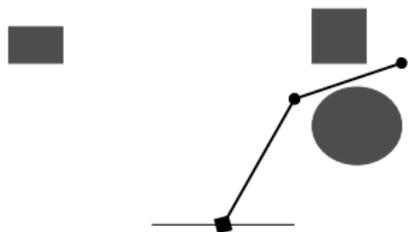


Espace de configuration



## Exemple d'un bras robotique

Espace de travail



Espace de configuration

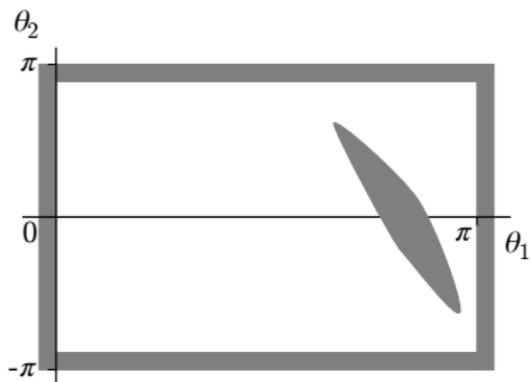


## Exemple d'un bras robotique

Espace de travail



Premier obstacle

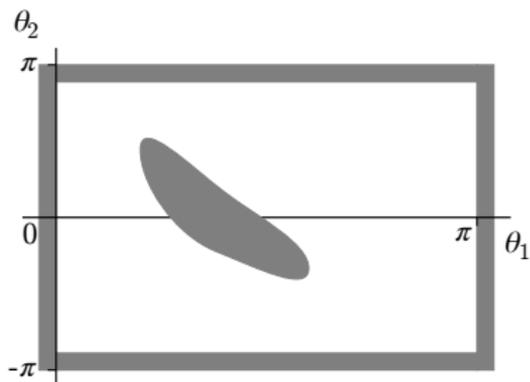


## Exemple d'un bras robotique

Espace de travail

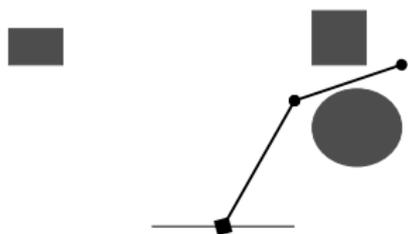


Deuxième obstacle

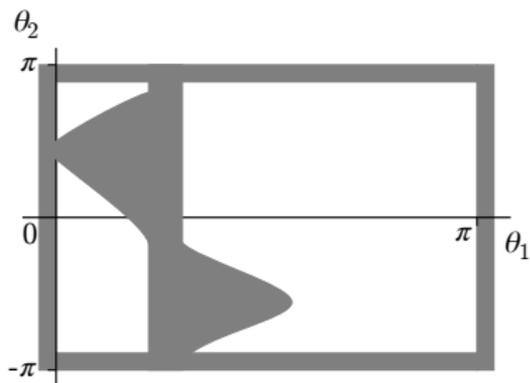


## Exemple d'un bras robotique

Espace de travail

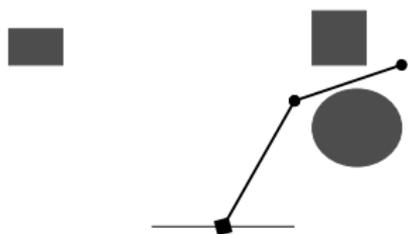


Troisième obstacle



## Exemple d'un bras robotique

Espace de travail

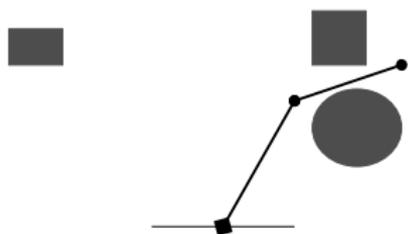


Espace libre

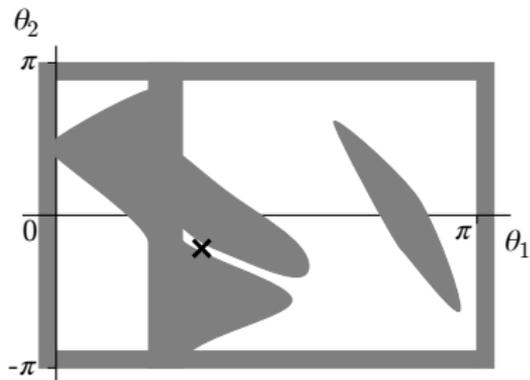


## Exemple d'un bras robotique

Espace de travail



Espace libre



# 6

## Conclusion

## Conclusion (1/2)

### Localisation

- carte connue ;
- inférence par discrétisation ou filtre à particules.

### Cartographie

- plusieurs types de cartes ;
- peut être facile si la pose est connue ;
- plusieurs usages.

## Conclusion (2/2)

### *Simultaneous Localization and Mapping*

- cas réel de pose inconnue ;
- inférence ou optimisation pour déduire la pose et la carte.

### Espace de configuration

- utilisation d'une carte pour la planification ;
- construction des obstacles dépend du type de carte ;
- dimension suivant les degrés de liberté du robot.

# Bibliographie

## Localisation

- Fox *et al.*, *Markov localization for mobile robots in dynamic environments*, JAIR, 1999.
- Thrun *et al.*, *Robust Monte Carlo localization for mobile robots*, AI, 2001.

## SLAM

- introduction :
  - Durrant-Whyte and Bailey, *Simultaneous Localization and Mapping : Part I*, RAM 2006.
  - Bailey and Durrant-Whyte, *Simultaneous Localization and Mapping : Part II*, RAM 2006.
- SLAM avec filtre à particules :
  - Dissanayake *et al.*, *A solution to the simultaneous localisation and mapping (SLAM) problem*, IEEE Trans. Robot. Automat. 2001.
  - Montemerlo *et al.*, *Fast-SLAM 2.0 : An improved particle filtering algorithm for simultaneous localization and mapping that converges*, IJCAI 2003.
  - Grisetti *et al.*, *Improved techniques for grid mapping with Rao-Blackwellized particle filters*, TRO 2007

## Bibliographie

### Vision :

- Klein and Murray, *Parallel tracking and mapping for small AR workspaces*, ISMAR 2007.
- Scaramuzza and Fraundorfer, *Visual odometry*, RAM 2011.
- Fraundorfer and Scaramuzza, *Visual odometry. Part II*, RAM 2012.

### Livres :

- Latombe, *Robot Motion Planning*, Kluwer Academic Publishers 1991.
- Thrun et al., *Probabilistic Robotics*, MIT Press 2005.
- Siciliano et al., *Springer Handbook of Robotics*, Springer 2016.

Merci de votre attention.  
Des questions ?