



# Robotique autonome

## Estimation d'état

Francis Colas

# Introduction

## Perception

- interprétation des valeurs des capteurs ;
- inférence sur l'environnement ;
- inférence sur l'état du robot ;
- construction d'une représentation interne.

# Introduction

## Perception

- interprétation des valeurs des capteurs ;
- inférence sur l'environnement ;
- inférence sur l'état du robot ;
- construction d'une représentation interne.

## Objectif de la séance

- présentation de différents types de capteurs ;
- introduction à l'estimation d'état ;
- introduction à la localisation.

# 1

## Capteurs

## Définition

### Capteur

- dispositif matériel,
- qui mesure un phénomène physique,
- dans une zone particulière de l'espace.

## Définition

### Capteur

- dispositif matériel,
- qui mesure un phénomène physique,
- dans une zone particulière de l'espace.

### Caractéristiques

- angle de vue, portée,
- fréquence,
- précision, répétabilité,
- dérive, saturation,
- poids, consommation...

## Définition

### Capteur

- dispositif matériel,
- qui mesure un phénomène physique,
- dans une zone particulière de l'espace.

### Caractéristiques

- angle de vue, portée,
- fréquence,
- précision, répétabilité,
- dérive, saturation,
- poids, consommation...

### Deux types

- proprioceptif : mesure relative au robot lui-même ;
- extéroceptif : mesure de l'environnement.

## Capteurs de distance

### Sonar

- temps de vol d'une impulsion dans l'ultrason (40–68kHz);
- portée de quelques mètres, angle de quelques dizaines de degrés;
- 10–25Hz ( $\sim 18$  ms pour 3 m A/R);
- perçoit mal le tissu...



Devantech SRF02



## Capteurs de distance

### Sonar

- temps de vol d'une impulsion dans l'ultrason (40–68kHz) ;
- portée de quelques mètres, angle de quelques dizaines de degrés ;
- 10–25Hz ( $\sim 18$  ms pour 3 m A/R) ;
- perçoit mal le tissu. . .



Devantech SRF02

### Infrarouge

- intensité ou angle de retour d'une impulsion dans l'infrarouge (800–900 nm) ;
- portée de l'ordre du mètre, ouverture de quelques degrés ;
- $\sim 20$ Hz ;
- perçoit mal les surfaces noires mates.



Sharp GP2Y0A21YK0F

## Capteurs de distance

### Laser monodirectionnel

- temps de vol d'une impulsion laser ;
- dizaine de mètres, très directif ;
- $\sim 20\text{Hz}$  ;
- problème avec les surfaces réfléchissantes mal orientées.



Lightwave SF02

## Capteurs de distance

### Laser monodirectionnel

- temps de vol d'une impulsion laser ;
- dizaine de mètres, très directif ;
- $\sim 20\text{Hz}$  ;
- problème avec les surfaces réfléchissantes mal orientées.



Lightwave SF02

### Scanner laser

- temps de vol, capteur rotatif (miroir) ;
- $180\text{--}270^\circ$  d'ouverture avec 360–1080 points, 4–80 m ;
- 20–50Hz ;
- cher, assez lourd.



Hokuyo UTM30-LX

## Capteurs de distance

### Laser rotatif

- temps de vol laser ;
- $\sim 100$  m,  $360^\circ$  horizontal,  $\sim 30^\circ$  vertical en plusieurs canaux (16, 32, 64) ;
- $\sim 1000000$  pts/s,  $\sim 10$  tr/s ;
- gros, cher, lourd.



Velodyne HDL-64E

## Capteurs de distance

### Laser rotatif

- temps de vol laser ;
- $\sim 100$  m,  $360^\circ$  horizontal,  $\sim 30^\circ$  vertical en plusieurs canaux (16, 32, 64) ;
- $\sim 1000000$  pts/s,  $\sim 10$  tr/s ;
- gros, cher, lourd.



Velodyne HDL-64E

### Caméras à temps de vol

- temps de vol d'un signal IR avec une matrice de pixels ;
- quelques mètres de portée ;
- 30–60Hz ;
- problèmes en extérieur.



Mesa Imaging SR4000

# Caméras

## Caméra couleur

- quantité de lumière sur chaque récepteur ;
- portée non contrainte ;
- petit, léger, faible consommation, pas cher ;
- difficulté d'étalonnage.



Camera quelconque  
(VC0706 UART VGA)

# Caméras

## Caméra couleur

- quantité de lumière sur chaque récepteur ;
- portée non contrainte ;
- petit, léger, faible consommation, pas cher ;
- difficulté d'étalonnage.



Camera quelconque  
(VC0706 UART VGA)

## Caméras omnidirectionnelles

- plusieurs caméras ;
- lentilles ;
- miroir ;
- difficulté d'étalonnage.



Immersive  
Media Dodeca  
2360



Kodak Pixpro  
SP360



O-360  
Panoramic  
Optic

# Caméras de profondeur

## Caméras stéréo

- disparité entre deux images ;
- précision décroissante avec la distance ;
- problèmes avec des textures uniformes.



PointGrey Bumblebee2



## Caméras de profondeur

### Caméras stéréo

- disparité entre deux images ;
- précision décroissante avec la distance ;
- problèmes avec des textures uniformes.



PointGrey Bumblebee2

### Caméra RGB-D

- caméra plus profondeur ;
- stéréo avec projecteur ou temps de vol ;
- étalonnage entre RGB et D.



Asus Xtion Pro

# Centrale inertielle

## Accéléromètre

- mesure l'accélération propre suivant un axe ;
- centaine de Hz ;
- dérive en fonction des conditions et dans le temps ;
- petit, pas cher, faible consommation.



Sparkfun ADXL335

# Centrale inertielle

## Accéléromètre

- mesure l'accélération propre suivant un axe ;
- centaine de Hz ;
- dérive en fonction des conditions et dans le temps ;
- petit, pas cher, faible consommation.



Sparkfun ADXL335

## Gyroscope

- vitesse de rotation angulaire ;
- centaine de Hz ;
- dérive ;
- peut être petit, pas cher.



Sparkfun ITG-3200

## Autres capteurs

### Autres capteurs

- encodeurs (souvent intégrés aux moteurs) ;
- force ;
- interrupteur ;
- température ;
- humidité ;
- pression. . .

# 2

## Estimation d'état

# Estimation d'état

## Estimation d'état

- calculer une estimée de l'état du robot,
- à partir des valeurs mesurées par les capteurs ;
- sous-problème de la perception ;
- nécessite un modèle des capteurs ;
- nécessite aussi un modèle du robot.

# Estimation d'état

## Estimation d'état

- calculer une estimée de l'état du robot,
- à partir des valeurs mesurées par les capteurs ;
- sous-problème de la perception ;
- nécessite un modèle des capteurs ;
- nécessite aussi un modèle du robot.

## Approches

- traitement du signal ;
- filtrage bayésien ;
- filtre de Kalman.

# Filtre de Kalman

## Rappels du filtre de Kalman

- distributions de probabilité gaussiennes ;
- modèles de transition et d'observation linéaires.



# Filtre de Kalman

## Rappels du filtre de Kalman

- distributions de probabilité gaussiennes ;
- modèles de transition et d'observation linéaires.

## Variables

- vecteur d'état :  $\mathbf{x}_k$
- vecteur d'observation :  $\mathbf{z}_k$
- commande :  $\mathbf{u}_k$

# Filtre de Kalman

## Rappels du filtre de Kalman

- distributions de probabilité gaussiennes ;
- modèles de transition et d'observation linéaires.

## Variables

- vecteur d'état :  $\mathbf{x}_k$
- vecteur d'observation :  $\mathbf{z}_k$
- commande :  $\mathbf{u}_k$

## Modèles

Transition

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{F}_k \mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{B}_k \mathbf{u}_k + \mathbf{w}_k$$

Observation

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k$$

# Filtre de Kalman

## Rappels du filtre de Kalman

- distributions de probabilité gaussiennes ;
- modèles de transition et d'observation linéaires.

## Variables

- vecteur d'état :  $\mathbf{x}_k$
- vecteur d'observation :  $\mathbf{z}_k$
- commande :  $\mathbf{u}_k$

## Modèles

### Transition

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{F}_k \mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{B}_k \mathbf{u}_k + \mathbf{w}_k$$

$$p(\mathbf{x}_k \mid \mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{u}_k) = \mathcal{N}(\mathbf{F}_k \mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{B}_k \mathbf{u}_k, \mathbf{Q}_k)$$

### Observation

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k$$

$$p(\mathbf{z}_k \mid \mathbf{x}_k) = \mathcal{N}(\mathbf{H}_k \mathbf{x}_k, \mathbf{R}_k)$$

# Filtre bayésien

Modèle

$$p(\mathbf{x}_{0:T}, \mathbf{z}_{1:T}, \mathbf{u}_{1:T}) = p(\mathbf{x}_0) \prod_{k=1}^T p(\mathbf{u}_k) p(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{u}_k) p(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k)$$

# Filtre bayésien

Modèle

$$p(\mathbf{x}_{0:T}, \mathbf{z}_{1:T}, \mathbf{u}_{1:T}) = p(\mathbf{x}_0) \prod_{k=1}^T p(\mathbf{u}_k) p(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{u}_k) p(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k)$$

Inférence

$$p(\mathbf{x}_k | \mathbf{z}_{1:k}, \mathbf{u}_{1:k})$$

# Filtre bayésien

## Modèle

$$p(\mathbf{x}_{0:T}, \mathbf{z}_{1:T}, \mathbf{u}_{1:T}) = p(\mathbf{x}_0) \prod_{k=1}^T p(\mathbf{u}_k) p(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{u}_k) p(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k)$$

## Inférence

$$p(\mathbf{x}_k | \mathbf{z}_{1:k}, \mathbf{u}_{1:k})$$
$$p(\mathbf{x}_{k+1} | \mathbf{z}_{1:k}, \mathbf{u}_{1:k+1}) = \sum_{\mathbf{x}_k} p(\mathbf{x}_{k+1} | \mathbf{x}_k, \mathbf{u}_{k+1}) p(\mathbf{x}_k | \mathbf{z}_{1:k}, \mathbf{u}_{1:k})$$

# Filtre bayésien

## Modèle

$$p(\mathbf{x}_{0:T}, \mathbf{z}_{1:T}, \mathbf{u}_{1:T}) = p(\mathbf{x}_0) \prod_{k=1}^T p(\mathbf{u}_k) p(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{u}_k) p(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k)$$

## Inférence

$$p(\mathbf{x}_k | \mathbf{z}_{1:k}, \mathbf{u}_{1:k})$$
$$p(\mathbf{x}_{k+1} | \mathbf{z}_{1:k}, \mathbf{u}_{1:k+1}) = \sum_{\mathbf{x}_k} p(\mathbf{x}_{k+1} | \mathbf{x}_k, \mathbf{u}_{k+1}) p(\mathbf{x}_k | \mathbf{z}_{1:k}, \mathbf{u}_{1:k})$$
$$p(\mathbf{x}_{k+1} | \mathbf{z}_{1:k+1}, \mathbf{u}_{1:k+1}) \propto p(\mathbf{z}_{k+1} | \mathbf{x}_{k+1}) p(\mathbf{x}_{k+1} | \mathbf{z}_{1:k}, \mathbf{u}_{1:k+1})$$

## Inférence dans le filtre de Kalman

### Principe

- inférence exacte en forme close ;
- calcul des moyennes et matrices de covariance :  $\hat{\mathbf{x}}_{k|k}$ ,  $\mathbf{P}_{k|k}$



# Inférence dans le filtre de Kalman

## Principe

- inférence exacte en forme close ;
- calcul des moyennes et matrices de covariance :  $\hat{\mathbf{x}}_{k|k}$ ,  $\mathbf{P}_{k|k}$

## Prédiction

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} = \mathbf{F}_k \hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1} + \mathbf{B}_k \mathbf{u}_k$$

$$\mathbf{P}_{k|k-1} = \mathbf{F}_k \mathbf{P}_{k-1|k-1} \mathbf{F}_k^T + \mathbf{Q}_k$$

# Inférence dans le filtre de Kalman

## Principe

- inférence exacte en forme close ;
- calcul des moyennes et matrices de covariance :  $\hat{\mathbf{x}}_{k|k}$ ,  $\mathbf{P}_{k|k}$

## Prédiction

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} &= \mathbf{F}_k \hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1} + \mathbf{B}_k \mathbf{u}_k \\ \mathbf{P}_{k|k-1} &= \mathbf{F}_k \mathbf{P}_{k-1|k-1} \mathbf{F}_k^T + \mathbf{Q}_k\end{aligned}$$

## Mise à jour

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{y}}_k &= \mathbf{z}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} \\ \mathbf{S}_k &= \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k \\ \mathbf{K}_k &= \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T \mathbf{S}_k^{-1} \\ \hat{\mathbf{x}}_{k|k} &= \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k \tilde{\mathbf{y}}_k \\ \mathbf{P}_{k|k} &= (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_{k|k-1}\end{aligned}$$

## Estimation d'état

### Exemple

- ballon dont on souhaite connaître l'altitude,
- avec un sonar.

### Variables

- $\mathbf{x}$  : altitude ;
- $\mathbf{z}$  : distance mesurée par le sonar.

### Paramètres

- $\forall k, \mathbf{F}_k = \mathbf{F} = 1,$
- $\forall k, \mathbf{Q}_k = \mathbf{Q} = 0.01^2 \text{ m}^2,$
- $\forall k, \mathbf{H}_k = \mathbf{H} = 1,$
- $\forall k, \mathbf{R}_k = \mathbf{R} = 0.05^2 \text{ m}^2.$

## Exemple de déroulement

Valeurs initiales

$$\hat{\mathbf{x}}_{0|0} = 1$$

$$\mathbf{P}_{0|0} = 0.2^2 \text{ m}^2$$

## Exemple de déroulement

Valeurs initiales

$$\hat{\mathbf{x}}_{0|0} = 1$$

$$\mathbf{P}_{0|0} = 0.2^2 \text{ m}^2$$

Prédiction

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} = \mathbf{F}_k \hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1} + \mathbf{B}_k \mathbf{u}_k$$

$$\mathbf{P}_{k|k-1} = \mathbf{F}_k \mathbf{P}_{k-1|k-1} \mathbf{F}_k^T + \mathbf{Q}_k$$

## Exemple de déroulement

Valeurs initiales

$$\hat{\mathbf{x}}_{0|0} = 1$$

$$\mathbf{P}_{0|0} = 0.2^2 \text{ m}^2$$

Prédiction

$$\hat{\mathbf{x}}_{1|0} = 1$$

$$\mathbf{P}_{1|0} = 0.0401$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} = \mathbf{F}_k \hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1} + \mathbf{B}_k \mathbf{u}_k$$

$$\mathbf{P}_{k|k-1} = \mathbf{F}_k \mathbf{P}_{k-1|k-1} \mathbf{F}_k^T + \mathbf{Q}_k$$

## Exemple de déroulement

### Prédiction

$$\hat{\mathbf{x}}_{1|0} = 1$$

$$\mathbf{P}_{1|0} = 0.0401$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} = \mathbf{F}_k \hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1} + \mathbf{B}_k \mathbf{u}_k$$

$$\mathbf{P}_{k|k-1} = \mathbf{F}_k \mathbf{P}_{k-1|k-1} \mathbf{F}_k^T + \mathbf{Q}_k$$

Mise à jour :  $\mathbf{z}_1 = 0.8$

$$\tilde{\mathbf{y}}_k = \mathbf{z}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}$$

$$\mathbf{S}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k$$

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T \mathbf{S}_k^{-1}$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k} = \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k \tilde{\mathbf{y}}_k$$

$$\mathbf{P}_{k|k} = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_{k|k-1}$$

## Exemple de déroulement

### Prédiction

$$\hat{\mathbf{x}}_{1|0} = 1$$

$$\mathbf{P}_{1|0} = 0.0401$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} = \mathbf{F}_k \hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1} + \mathbf{B}_k \mathbf{u}_k$$

$$\mathbf{P}_{k|k-1} = \mathbf{F}_k \mathbf{P}_{k-1|k-1} \mathbf{F}_k^T + \mathbf{Q}_k$$

### Mise à jour : $\mathbf{z}_1 = 0.8$

$$\tilde{\mathbf{y}}_1 = -0.2$$

$$\mathbf{S}_1 = 0.0426$$

$$\mathbf{K}_1 = 0.9413$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{1|1} = 0.8117$$

$$\mathbf{P}_{1|1} = 0.0024$$

$$\tilde{\mathbf{y}}_k = \mathbf{z}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}$$

$$\mathbf{S}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k$$

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T \mathbf{S}_k^{-1}$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k} = \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k \tilde{\mathbf{y}}_k$$

$$\mathbf{P}_{k|k} = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_{k|k-1}$$



## Exemple de déroulement

Mise à jour :  $\mathbf{z}_1 = 0.8$

$$\tilde{\mathbf{y}}_1 = -0.2$$

$$\mathbf{S}_1 = 0.0426$$

$$\mathbf{K}_1 = 0.9413$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{1|1} = 0.8117$$

$$\mathbf{P}_{1|1} = 0.0024$$

$$\tilde{\mathbf{y}}_k = \mathbf{z}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}$$

$$\mathbf{S}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k$$

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T \mathbf{S}_k^{-1}$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k} = \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k \tilde{\mathbf{y}}_k$$

$$\mathbf{P}_{k|k} = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_{k|k-1}$$

## Prédiction

$$\hat{\mathbf{x}}_{2|1} = 0.8117$$

$$\mathbf{P}_{2|1} = 0.0025$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} = \mathbf{F}_k \hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1} + \mathbf{B}_k \mathbf{u}_k$$

$$\mathbf{P}_{k|k-1} = \mathbf{F}_k \mathbf{P}_{k-1|k-1} \mathbf{F}_k^T + \mathbf{Q}_k$$

## Exemple de déroulement

### Prédiction

$$\hat{\mathbf{x}}_{2|1} = 0.8117$$

$$\mathbf{P}_{2|1} = 0.0025$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} = \mathbf{F}_k \hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1} + \mathbf{B}_k \mathbf{u}_k$$

$$\mathbf{P}_{k|k-1} = \mathbf{F}_k \mathbf{P}_{k-1|k-1} \mathbf{F}_k^T + \mathbf{Q}_k$$

### Mise à jour : $\mathbf{z}_2 = 0.85$

$$\tilde{\mathbf{y}}_2 = 0.0383$$

$$\mathbf{S}_2 = 0.0050$$

$$\mathbf{K}_2 = 0.4953$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{2|2} = 0.8307$$

$$\mathbf{P}_{2|2} = 0.0012$$

$$\tilde{\mathbf{y}}_k = \mathbf{z}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}$$

$$\mathbf{S}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k$$

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T \mathbf{S}_k^{-1}$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k} = \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k \tilde{\mathbf{y}}_k$$

$$\mathbf{P}_{k|k} = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_{k|k-1}$$

# Estimation d'état

## Conclusion

- estimation de la moyenne ;
- estimation de l'incertitude ;
- intégration du modèle d'observation et de transition.

# Estimation d'état

## Conclusion

- estimation de la moyenne ;
- estimation de l'incertitude ;
- intégration du modèle d'observation et de transition.

## Limites

- cas non linéaires : Extended Kalman Filter, Unscented Kalman Filter, Particle Filter ;
- bruit non gaussien : Particle Filter ;
- problèmes d'observabilité.

# 3

## Localisation

# Localisation

## Définition

- trouver la pose du robot dans un environnement donné ;
- à partir d'une carte connue.

# Localisation

## Définition

- trouver la pose du robot dans un environnement donné ;
- à partir d'une carte connue.

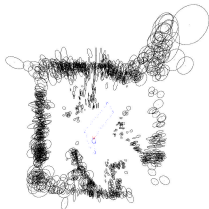
## Approches

- estimation d'état ;
- résolution de contraintes géométriques ;
- optimisation d'erreur. . .

# Cartes

## Différentes cartes

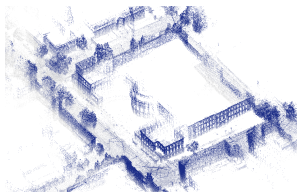
- carte d'amers ;
- grille d'occupation ;
- nuages de points ;
- reconstruction géométrique. . .



Amers visuels [Se et al., IJRR 2002]



Grille d'occupation



Nuage de points



## *Markov Localization*

### Principe

- estimation de la pose,
- odométrie et observations ;
- filtre bayésien,
- état discrétisé.

## Markov Localization

### Principe

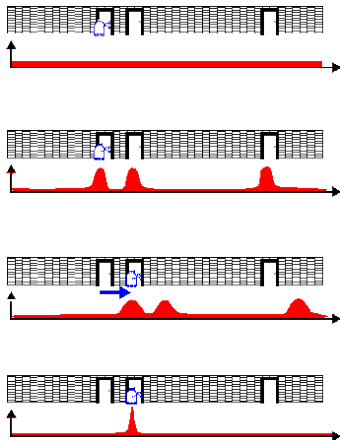
- estimation de la pose,
- odométrie et observations ;
- filtre bayésien,
- état discrétisé.

### Inférence

$$p(\mathbf{x}_k \mid \mathbf{z}_{1:k}, \mathbf{u}_{1:k})$$
$$p(\mathbf{x}_{k+1} \mid \mathbf{z}_{1:k}, \mathbf{u}_{1:k+1}) = \sum_{\mathbf{x}_k} p(\mathbf{x}_{k+1} \mid \mathbf{x}_k, \mathbf{u}_{k+1}) p(\mathbf{x}_k \mid \mathbf{z}_{1:k}, \mathbf{u}_{1:k})$$
$$p(\mathbf{x}_{k+1} \mid \mathbf{z}_{1:k+1}, \mathbf{u}_{1:k+1}) \propto p(\mathbf{z}_{k+1} \mid \mathbf{x}_{k+1}) p(\mathbf{x}_{k+1} \mid \mathbf{z}_{1:k}, \mathbf{u}_{1:k+1})$$

# Markov Localization

Illustration



Exemple de *Markov Localization* (D. Fox)

# Monte Carlo Localization

## Principe

- estimation de la pose,
- odométrie et observations ;
- filtre bayésien,
- **filtre à particules.**

# Monte Carlo Localization

## Principe

- estimation de la pose,
- odométrie et observations ;
- filtre bayésien,
- **filtre à particules.**

## Fonctionnement

$$\left\{ \left( x_k^{(i)}, w_k^{(i)} \right)_i \right\}$$

# Monte Carlo Localization

## Principe

- estimation de la pose,
- odométrie et observations ;
- filtre bayésien,
- **filtre à particules.**

## Fonctionnement

$$\left\{ \left( x_k^{(i)}, w_k^{(i)} \right)_i \right\}$$
$$x_{k+1}^{(i)} \sim p(x_{k+1} \mid x_k^{(i)}, u_{k+1})$$

# Monte Carlo Localization

## Principe

- estimation de la pose,
- odométrie et observations ;
- filtre bayésien,
- **filtre à particules.**

## Fonctionnement

$$\left\{ \left( x_k^{(i)}, w_k^{(i)} \right)_i \right\}$$
$$x_{k+1}^{(i)} \sim p(x_{k+1} | x_k^{(i)}, u_{k+1})$$
$$w_{k+1}^{(i)} = w_k^{(i)} \times p(z_{k+1} | x_{k+1}^{(i)})$$

# Monte Carlo Localization

## Principe

- estimation de la pose,
- odométrie et observations ;
- filtre bayésien,
- **filtre à particules.**

## Fonctionnement

$$\left\{ \left( x_k^{(i)}, w_k^{(i)} \right)_i \right\}$$
$$x_{k+1}^{(i)} \sim p(x_{k+1} | x_k^{(i)}, u_{k+1})$$
$$w_{k+1}^{(i)} = w_k^{(i)} \times p(z_{k+1} | x_{k+1}^{(i)})$$

ré-échantillonnage



# Conclusion

## Capteurs

- différents capteurs avec des caractéristiques différentes ;
- importance du processus physique.

# Conclusion

## Capteurs

- différents capteurs avec des caractéristiques différentes ;
- importance du processus physique.

## Estimation d'état

- inférence sur l'état du robot ;
- algorithmes à complexité constante ;
- importance du modèle du capteur.

# Conclusion

## Capteurs

- différents capteurs avec des caractéristiques différentes ;
- importance du processus physique.

## Estimation d'état

- inférence sur l'état du robot ;
- algorithmes à complexité constante ;
- importance du modèle du capteur.

## Localisation

- estimation de la pose ;
- différentes sortes de cartes ;
- importance du capteur.

# Bibliographie

## Localisation

- Fox *et al.*, *Markov localization for mobile robots in dynamic environments*, JAIR, 1999.
- Thrun *et al.*, *Robust Monte Carlo localization for mobile robots*, AI, 2001.

## Livres

- Thrun *et al.*, *Probabilistic Robotics*, MIT Press, 2005.
- Siegwart *et al.*, *Introduction to Autonomous Mobile Robots*, MIT Press, 2011.
- Siciliano *et al.*, *Springer Handbook of Robotics*, Springer, 2016.

Merci de votre attention.  
Des questions ?