



Robotique autonome

Cartographie

Francis Colas

Introduction

Perception

- interprétation des valeurs des capteurs ;
- inférence sur l'environnement ;
- inférence sur l'état du robot ;
- construction d'une représentation interne.

Localisation

- estimation de la pose ;
- différentes sortes de cartes ;
- différentes approches (géométrique optimisation, filtrage) ;
- exemples : *Markov localization* et *Monte Carlo localization*.

Introduction

Cartographie

- création d'une représentation de l'environnement,
- à partir des données des capteurs ;
- usages principaux :
 - localisation,
 - navigation.

Objectifs d'aujourd'hui

- retour sur la localisation ;
- modélisation de l'espace ;
- cartographie ;
- *Simultaneous Localization and Mapping (SLAM)* ;
- espace de configuration.

1

Localisation

Markov Localization

Principe

- estimation de la pose,
- odométrie et observations ;
- filtre bayésien,
- état discrétisé.

Markov Localization

Principe

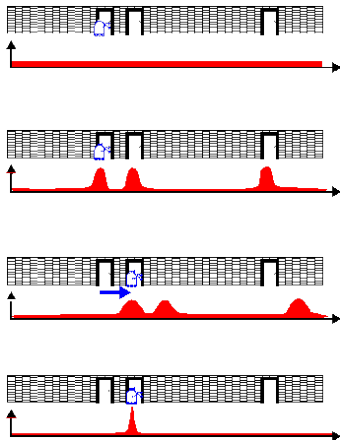
- estimation de la pose,
- odométrie et observations ;
- filtre bayésien,
- état discrétisé.

Inférence

$$p(\mathbf{x}_k \mid \mathbf{z}_{1:k}, \mathbf{u}_{1:k})$$
$$p(\mathbf{x}_{k+1} \mid \mathbf{z}_{1:k}, \mathbf{u}_{1:k+1}) = \sum_{\mathbf{x}_k} p(\mathbf{x}_{k+1} \mid \mathbf{x}_k, \mathbf{u}_{k+1})p(\mathbf{x}_k \mid \mathbf{z}_{1:k}, \mathbf{u}_{1:k})$$
$$p(\mathbf{x}_{k+1} \mid \mathbf{z}_{1:k+1}, \mathbf{u}_{1:k+1}) \propto p(\mathbf{z}_{k+1} \mid \mathbf{x}_{k+1})p(\mathbf{x}_{k+1} \mid \mathbf{z}_{1:k}, \mathbf{u}_{1:k+1})$$

Markov Localization

Illustration



Exemple de *Markov Localization* (D. Fox)

Markov Localization

Exemple

- un robot, une porte en $x_d = 6$;
- $x_k \in \{0, \dots, 9\}$, $u_k \in \{-1, 0, 1\}$, $z_k \in \{\text{loin, proche, devant}\}$;

Markov Localization

Exemple

- un robot, une porte en $x_d = 6$;
- $x_k \in \{0, \dots, 9\}$, $u_k \in \{-1, 0, 1\}$, $z_k \in \{\text{loin, proche, devant}\}$;
- modèle de transition :
 - 90% de chances d'arriver où il fallait,
 - 5% de chances d'être allé trop loin ou pas assez de 1 case,

$$p(x_{k+1} | x_k, u_{k+1}) = \begin{cases} 90\% & \text{si } x_{k+1} = x_k + u_{k+1} \\ 5\% & \text{si } \|x_{k+1} - (x_k + u_{k+1})\| = 1 \\ 0\% & \text{sinon} \end{cases}$$

Markov Localization

Exemple

- un robot, une porte en $x_d = 6$;
- $x_k \in \{0, \dots, 9\}$, $u_k \in \{-1, 0, 1\}$, $z_k \in \{\text{loin, proche, devant}\}$;
- modèle de transition :
 - 90% de chances d'arriver où il fallait,
 - 5% de chances d'être allé trop loin ou pas assez de 1 case,

$$p(x_{k+1} | x_k, u_{k+1}) = \begin{cases} 90\% & \text{si } x_{k+1} = x_k + u_{k+1} \\ 5\% & \text{si } \|x_{k+1} - (x_k + u_{k+1})\| = 1 \\ 0\% & \text{sinon} \end{cases}$$

- modèle d'observation :
 - 80% de ne pas se tromper,
 - 10% sur chaque autre cas :

$$p(z_k | x_k) = \begin{cases} 80\% & \text{si } \|x_k - x_d\| > 1 \text{ et } z_k = \text{loin} \\ 80\% & \text{si } \|x_k - x_d\| = 1 \text{ et } z_k = \text{proche} \\ 80\% & \text{si } x_k = x_d \text{ et } z_k = \text{devant} \\ 10\% & \text{sinon} \end{cases}$$

Monte Carlo Localization

Principe

- estimation de la pose,
- odométrie et observations ;
- filtre bayésien,
- **filtre à particules.**

Monte Carlo Localization

Principe

- estimation de la pose,
- odométrie et observations ;
- filtre bayésien,
- **filtre à particules.**

Fonctionnement

$$\left\{ \left(x_k^{(i)}, w_k^{(i)} \right) \right\}_i$$

Monte Carlo Localization

Principe

- estimation de la pose,
- odométrie et observations ;
- filtre bayésien,
- **filtre à particules.**

Fonctionnement

$$\left\{ \left(x_k^{(i)}, w_k^{(i)} \right)_i \right\}$$
$$x_{k+1}^{(i)} \sim p(x_{k+1} \mid x_k^{(i)}, u_{k+1})$$

Monte Carlo Localization

Principe

- estimation de la pose,
- odométrie et observations ;
- filtre bayésien,
- **filtre à particules.**

Fonctionnement

$$\left\{ \left(x_k^{(i)}, w_k^{(i)} \right)_i \right\}$$
$$x_{k+1}^{(i)} \sim p(x_{k+1} | x_k^{(i)}, u_{k+1})$$
$$w_{k+1}^{(i)} = w_k^{(i)} \times p(z_{k+1} | x_{k+1}^{(i)})$$

Monte Carlo Localization

Principe

- estimation de la pose,
- odométrie et observations ;
- filtre bayésien,
- **filtre à particules.**

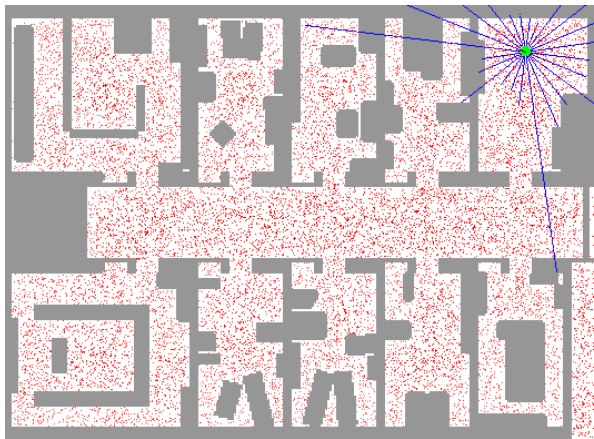
Fonctionnement

$$\left\{ \left(x_k^{(i)}, w_k^{(i)} \right)_i \right\}$$
$$x_{k+1}^{(i)} \sim p(x_{k+1} | x_k^{(i)}, u_{k+1})$$
$$w_{k+1}^{(i)} = w_k^{(i)} \times p(z_{k+1} | x_{k+1}^{(i)})$$

ré-échantillonnage

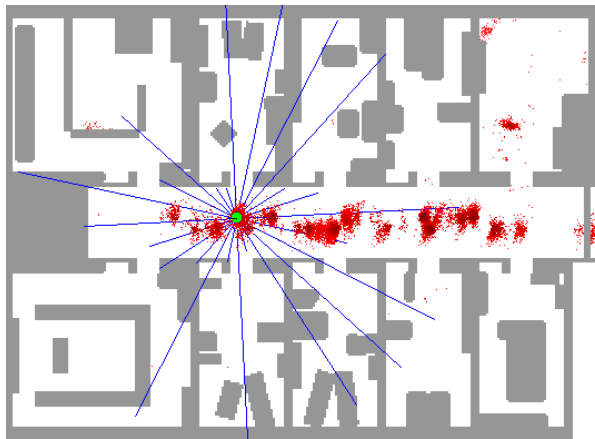
Monte Carlo Localization

Illustration



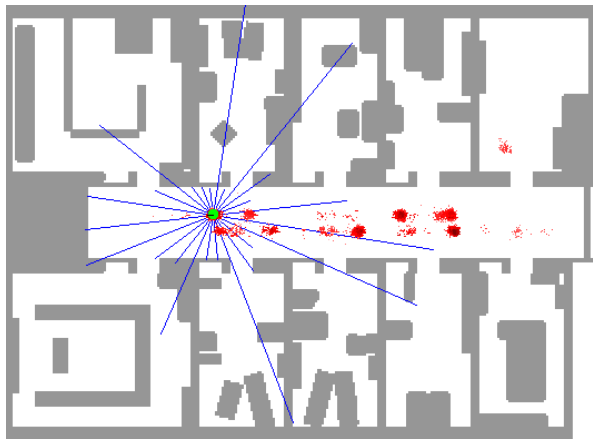
Monte Carlo Localization

Illustration



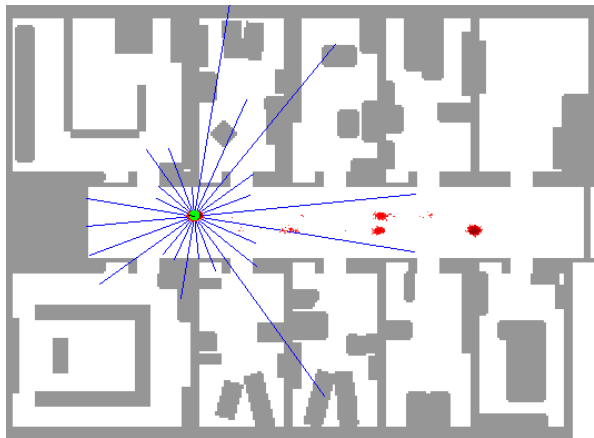
Monte Carlo Localization

Illustration



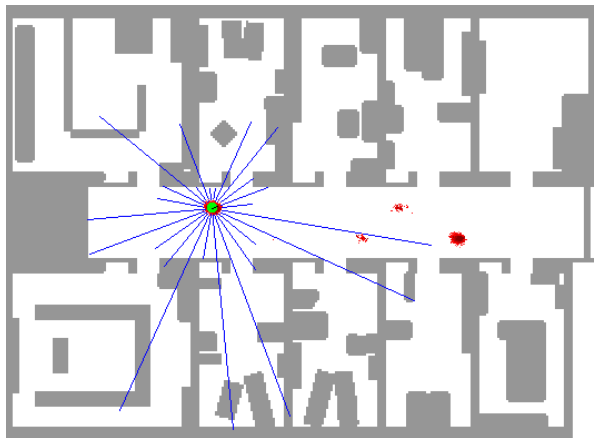
Monte Carlo Localization

Illustration



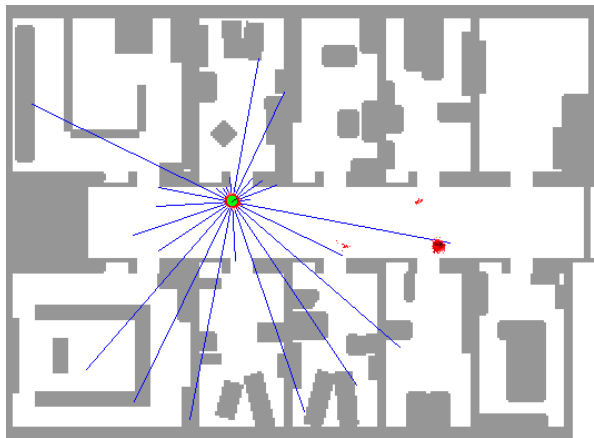
Monte Carlo Localization

Illustration



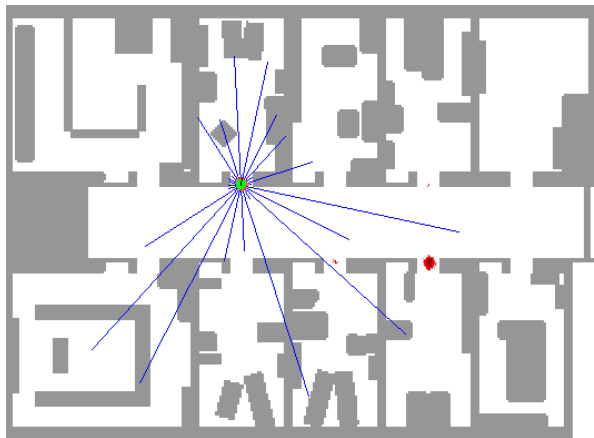
Monte Carlo Localization

Illustration



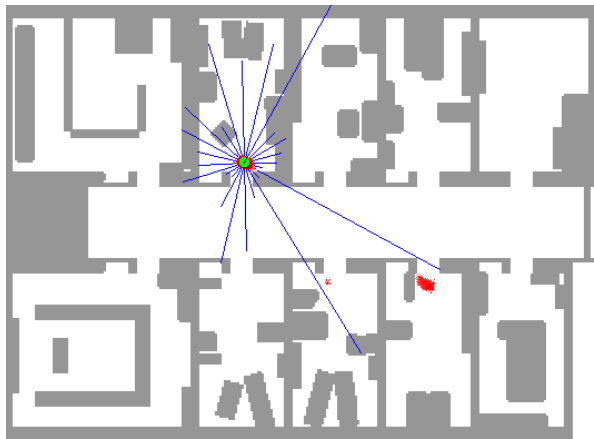
Monte Carlo Localization

Illustration



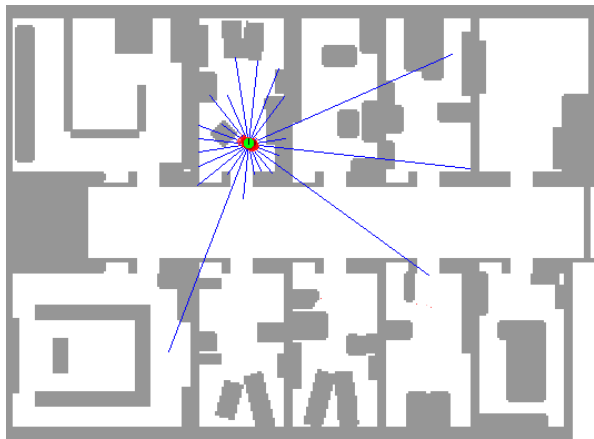
Monte Carlo Localization

Illustration



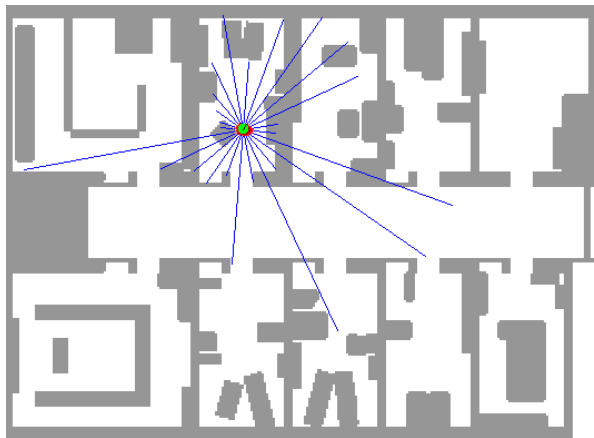
Monte Carlo Localization

Illustration



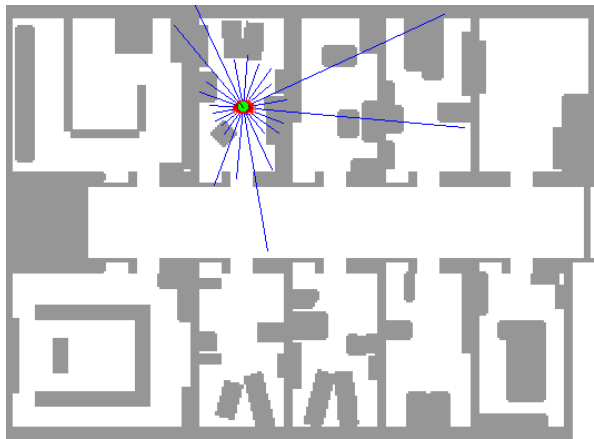
Monte Carlo Localization

Illustration



Monte Carlo Localization

Illustration



Conclusion sur la localisation

Localisation

- *Markov localization* :
 - distribution discrétisée,
 - mauvais passage à l'échelle ;
- *Monte Carlo localization* :
 - population de particules,
 - problèmes de dégénérescence ;
- carte connue.

2

Modélisation de l'espace

Modélisation de l'espace

Approfondissement des représentations

- qu'est-ce qui est représenté ?
- caractéristiques ;
- manipulation des cartes.

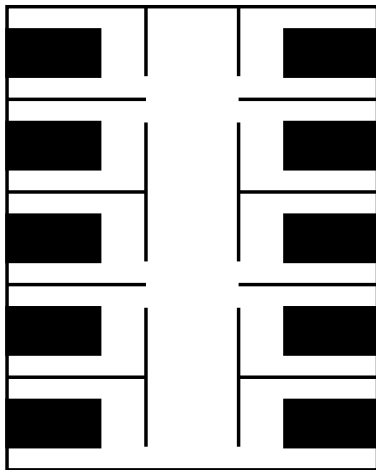
Cartes

- géométrique ;
- carte d'amers (*landmark map*) ;
- nuage de points (*point cloud*) ;
- grille d'occupation (*occupancy grid*) ;
- carte d'élévation (*digital elevation map*) ;
- *pose graph* ;
- topologique ;
- sémantique.

Carte géométrique

Carte géométrique

- liste de primitives géométriques :
 - polygones ou segments en 2D,
 - triangles ou polyèdres en 3D ;
- représentation des obstacles ;
- carte métrique dense ;
- difficile à construire à partir de données capteurs ;
- planification facile ;
- passage à l'échelle : nombre et complexité des obstacles.

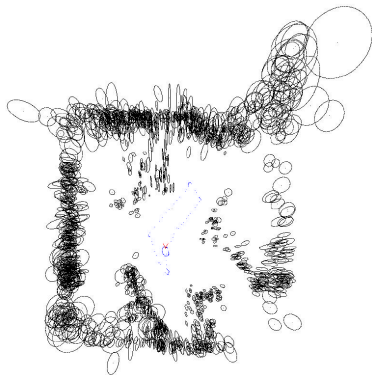


Carte géométrique

Carte d'amers

Carte d'amers

- liste de points de référence :
 - descripteur,
 - position ;
- représentation des éléments saillants ;
- carte métrique creuse ;
- facile à construire à partir des données capteurs ;
- conçue pour la localisation ;
- planification très difficile ;
- passage à l'échelle : nombre des points de référence.

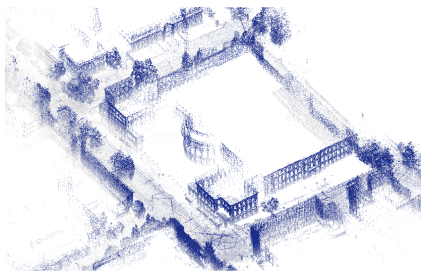


Carte d'amers visuels

Nuage de points

Nuage de points

- liste de points :
 - position,
 - parfois couleur ;
- représentation des surfaces par échantillonnage ;
- carte métrique creuse ;
- facile à construire à partir des données capteurs ;
- planification difficile ;
- passage à l'échelle : densité des points et surface.



Nuage de points

Grille d'occupation

Grille d'occupation

- représentation dense de l'espace :
 - segmentation de l'espace,
 - probabilité d'occupation ;
- espace libre, occupé ou inconnu ;
- carte métrique dense ;
- bonne construction à partir de données de distance ;
- planification facile ;
- passage à l'échelle : surface (ou volume) et résolution.

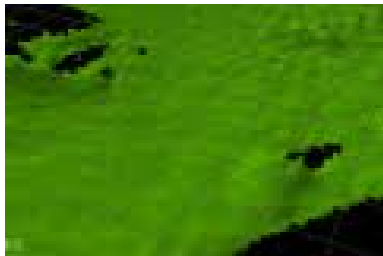


Grille d'occupation

Carte d'élévation

Carte d'élévation

- représentation de la hauteur du sol ;
- carte en 2,5D ;
- carte métrique dense ;
- bonne construction à partir de données de distance ;
- planification facile ;
- passage à l'échelle : surface et résolution.



Carte d'élévation

Pose Graph

Pose Graph

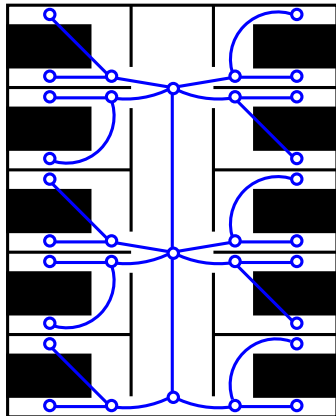
- liste des poses des robots :
 - données capteurs associées,
 - lien entre les poses ;
- organisation des données des capteurs ;
- carte non métrique ;
- facile à construire ;
- planification difficile ;
- passage à l'échelle : taille des données.



Carte topologique

Carte topologique

- graphe de zones :
 - espace libre,
 - voisinage entre les zones ;
- plus haut niveau ;
- carte non métrique ;
- planification de chemin difficile ;
- passage à l'échelle : nombre de zones.

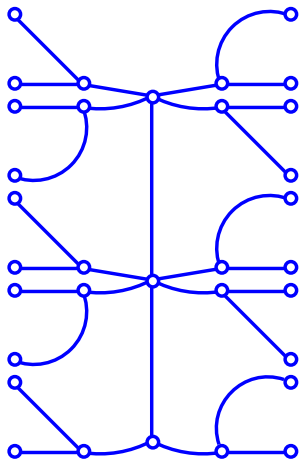


Carte géométrique et topologique

Carte topologique

Carte topologique

- graphe de zones :
 - espace libre,
 - voisinage entre les zones ;
- plus haut niveau ;
- carte non métrique ;
- planification de chemin difficile ;
- passage à l'échelle : nombre de zones.

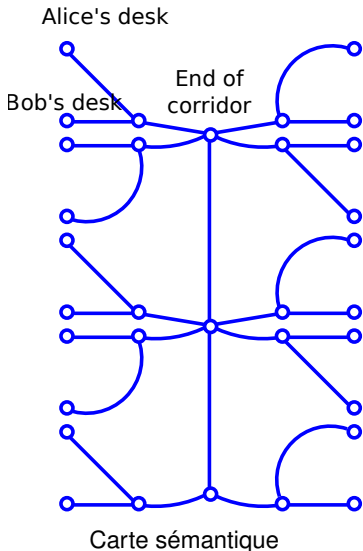


Carte topologique

Carte sémantique

Carte sémantique

- informations sémantiques :
 - qualitatives,
 - usage ;
- carte non métrique ;
- difficile à construire à partir de données capteurs ;
- planification de haut niveau ;
- passage à l'échelle : nombre de lieux.



Conclusion sur les cartes

Différents usages

- localisation ;
- planification de chemin ;
- planification de tâches ;
- visualisation.

Différentes caractéristiques

- métrique ou non ;
- dense ou non ;
- facilité de construction ;
- facilité de planification.

3

Cartographie

Cartographie

Définition

- construction d'une carte,
- à partir de données capteurs,
- **en connaissant la pose** ;
- algorithmes différents en fonction du type de carte ;
- importance des capteurs.

Exemples

- *pose graph* ;
- nuage de points ;
- grille d'occupation.

Construction d'un *pose graph*

Construction d'un *pose graph*

- deux types d'éléments :
 - nœud avec pose, et données capteurs,
 - lien entre les nœuds : déplacement relatif ;
- algorithme :
 - à chaque nouvelle donnée : rajouter un nœud au graphe,
 - relier le nœud au précédent grâce à la localisation,
 - éventuellement chercher un autre nœud proche (fermeture de boucle).

Construction d'un nuage de points

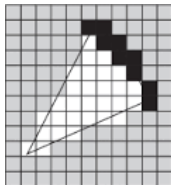
Construction d'un nuage de points

- valeurs capteurs :
 - carte de profondeur,
 - scan laser (2D ou 3D),
 - dans le référentiel capteur ;
- algorithmes :
 - à chaque nouvelle donnée : créer un nuage de point dans le référentiel capteur,
 - transformer ce nuage de point grâce à la position du capteur,
 - concaténer à la carte,
 - nettoyer la carte.

Construction d'une grille d'occupation

Construction d'une grille d'occupation

- valeurs capteurs :
 - scan laser 2D,
 - scan 3D ou carte de profondeur (grille 3D),
 - distance centrée sur le capteur ;
- algorithme :
 - lancé de rayon pour chaque distance mesurée,
 - mise à jour des valeurs d'occupation pour chaque case sur le rayon.



Lancer de rayon

Conclusion sur la cartographie

Construction d'une carte

- transformation des données centrées capteur ;
- accumulation dans une carte ;
- relativement facile si la pose est connue.

Conclusion sur la cartographie

Construction d'une carte

- transformation des données centrées capteur ;
- accumulation dans une carte ;
- relativement facile si la pose est connue.

Localisation

- trouver la pose,
- quand la carte est connue.

4

Simultaneous Localization and Mapping

SLAM

Définition

- *Simultaneous Localization and Mapping*
- localisation et cartographie en même temps.

Problème du SLAM

- pose n'est pas connue ;
- la carte n'est pas donnée.

Approches

Approches

- probabiliste :
 - estimation d'état (pose et carte) avec un EKF,
 - estimation d'état (pose et carte) avec un filtre à particules ;
- optimisation :
 - en parallèle : optimisation de la carte et de la pose.

Approche probabiliste

Approche probabiliste

- estimation conjointe de l'état et de la carte :

$$p(\mathbf{x}_k, \mathbf{m} \mid \mathbf{z}_{1:k}, \mathbf{u}_{1:k})$$

- variables :

- état du robot :

\mathbf{x}_k

- observation : \mathbf{z}_k

- commande : \mathbf{u}_k

- carte : \mathbf{m}

- modèles :

- mouvement : $p(\mathbf{x}_{k+1} \mid \mathbf{x}_k, \mathbf{u}_{k+1})$,

- observation : $p(\mathbf{z}_k \mid \mathbf{x}_k, \mathbf{m})$.

- inférence :

- prédiction :

$$p(\mathbf{x}_{k+1}, \mathbf{m} \mid \mathbf{z}_{1:k}, \mathbf{u}_{1:k+1}) = \sum_{\mathbf{x}_k} p(\mathbf{x}_{k+1} \mid \mathbf{x}_k, \mathbf{u}_{k+1}) p(\mathbf{x}_k, \mathbf{m} \mid \mathbf{z}_{1:k}, \mathbf{u}_{1:k})$$

- mise-à-jour :

$$p(\mathbf{x}_{k+1}, \mathbf{m} \mid \mathbf{z}_{1:k+1}, \mathbf{u}_{1:k+1}) \propto p(\mathbf{z}_{k+1} \mid \mathbf{x}_{k+1}, \mathbf{m}) p(\mathbf{x}_{k+1}, \mathbf{m} \mid \mathbf{z}_{1:k}, \mathbf{u}_{1:k+1})$$

EKF-SLAM

EKF-SLAM

- carte d'amers : position 2D ;
- filtre de Kalman étendu sur la pose et les amers ;
- problème d'association des données (*data association*) :
 - identifier quelle observation correspond à quel amer dans la carte.

Inférence

- inférence dans un filtre de Kalman :
 - multiplication et inversion de matrices de covariance et jacobiennes ;
 - complexité cubique en la taille de l'espace.

Fast-SLAM

Fast-SLAM

- carte d'amers ;
- grille d'occupation ;
- filtre à particules sur la pose et la carte ;

Inférence

- factorisation (*Rao-Blackwellization*) :

$$p(\mathbf{x}_{0:k}, \mathbf{m} \mid \mathbf{z}_{1:k}, \mathbf{u}_{1:k}) = p(\mathbf{m} \mid \mathbf{x}_{0:k}, \mathbf{z}_{1:k})p(\mathbf{x}_{0:k} \mid \mathbf{z}_{1:k}, \mathbf{u}_{1:k})$$

- algorithme :

- tirer $\mathbf{x}_{k+1}^{(i)} \sim \pi(\mathbf{x}_{k+1} \mid \mathbf{x}_{0:k}^{(i)}, \mathbf{z}_{1:k})$ pour augmenter $\mathbf{x}_{0:k}^{(i)}$,
- pondérer $w_{k+1}^{(i)} = w_k^{(i)} \frac{p(\mathbf{z}_{k+1} \mid \mathbf{x}_{0:k+1}^{(i)}, \mathbf{z}_{1:k})p(\mathbf{x}_{k+1}^{(i)} \mid \mathbf{x}_k^{(i)}, \mathbf{u}_{k+1})}{\pi(\mathbf{x}_{k+1} \mid \mathbf{x}_{0:k}^{(i)}, \mathbf{z}_{1:k})}$,
- *resampling*,
- mise-à-jour de la carte pour chaque particule (cartographie normale).

Parallel Tracking and Mapping

- vision monoculaire pour la réalité augmentée :
 - pas d'odométrie,
 - données à haute fréquence,
 - pas de mesure de distance,
 - descripteurs visuels ;
- deux processus en parallèle :
 - *Tracking* : localisation de la caméra,
 - *Mapping* : mise-à-jour de la carte.
- comparaison à une image de référence ;
- minimisation de l'erreur de reprojection ;
- ajout d'images de référence dans la carte par optimisation globale (*bundle adjustment*).

Conclusion sur le SLAM

Conclusion sur le SLAM

- intégration de la localisation et de la cartographie ;
- cas réel d'incertitude sur la position et d'absence de carte a priori ;
- inférence ou optimisation conjointe sur la pose et la carte.

5

Espace de configuration

Configuration

Configuration

- une paramétrisation permettant de spécifier complètement la position de l'ensemble des points d'un système ;
- (coordonnées généralisées en mécanique) ;
- point :
 - coordonnées cartésiennes ;
- robot rigide :
 - pose : position d'un point et orientation ;
- bras robotique :
 - n-uplet des angles de chaque articulation ;
- robot humanoïde :
 - position et orientation du torse, angle de chaque articulation.

Trajectoire

Chemin

- une séquence de configurations,
- reliant un état de départ à un état d'arrivée (but) ;

Trajectoire

Chemin

- une séquence de configurations,
- reliant un état de départ à un état d'arrivée (but) ;

Trajectoire

- une fonction du temps vers les configurations,
- reliant un état de départ à un état d'arrivée,
- permettant de définir des vitesses et des commandes.

Trajectoire

Chemin

- une séquence de configurations,
- reliant un état de départ à un état d'arrivée (but) ;

Trajectoire

- une fonction du temps vers les configurations,
- reliant un état de départ à un état d'arrivée,
- permettant de définir des vitesses et des commandes.

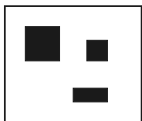
Contraintes

- distance minimale ;
- coût (à définir) minimal ;
- sécurité, distance aux obstacles ;
- faisabilité cinématique ;
- faisabilité dynamique.

Espace de configuration

Espace de travail

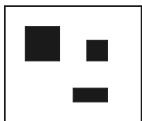
- espace dans lequel évolue le robot :
 - robot à roues standard : 2D ;
 - robot normal : 3D.



Espace de configuration

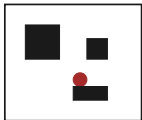
Espace de travail

- espace dans lequel évolue le robot :
 - robot à roues standard : 2D ;
 - robot normal : 3D.



Espace de configuration

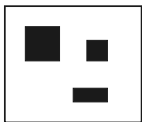
- ensemble des configurations réalisables ;
- prend en compte les contraintes physiques du robot.



Espace de configuration

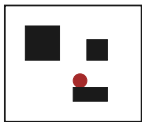
Espace de travail

- espace dans lequel évolue le robot :
 - robot à roues standard : 2D ;
 - robot normal : 3D.



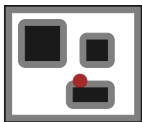
Espace de configuration

- ensemble des configurations réalisables ;
- prend en compte les contraintes physiques du robot.



Espace libre

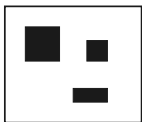
- ensemble des configurations réalisables sans collision ;
- prend en compte les collisions avec les obstacles.



Espace de configuration

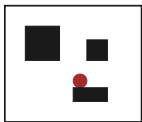
Espace de travail

- espace dans lequel évolue le robot :
 - robot à roues standard : 2D ;
 - robot normal : 3D.



Espace de configuration

- ensemble des configurations réalisables ;
- prend en compte les contraintes physiques du robot.



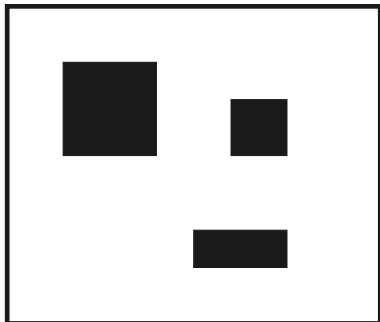
Espace libre

- ensemble des configurations réalisables sans collision ;
- prend en compte les collisions avec les obstacles.



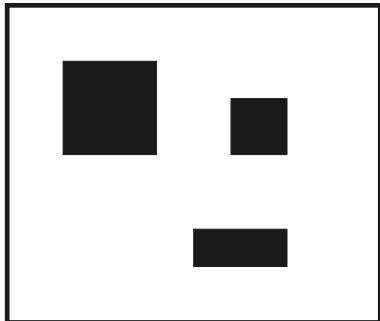
Exemple d'un robot mobile circulaire

Espace de travail

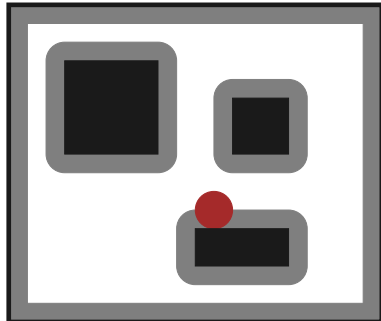


Exemple d'un robot mobile circulaire

Espace de travail

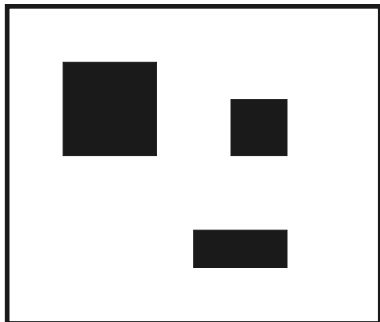


Obstacle Inflation (somme de Minkowski)

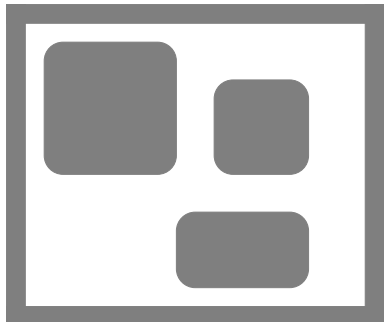


Exemple d'un robot mobile circulaire

Espace de travail

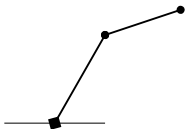


Espace libre



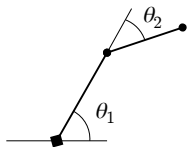
Exemple d'un bras robotique

Bras robotique



Exemple d'un bras robotique

Bras avec deux degrés de liberté

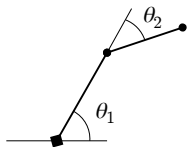


Degrés de liberté

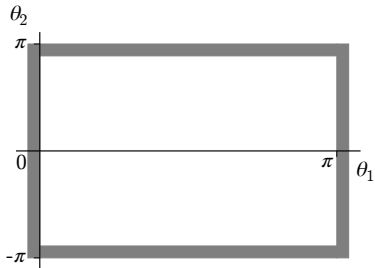


Exemple d'un bras robotique

Bras avec deux degrés de liberté

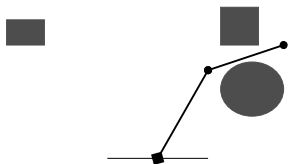


Espace de configuration

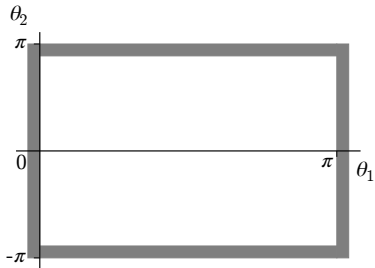


Exemple d'un bras robotique

Espace de travail

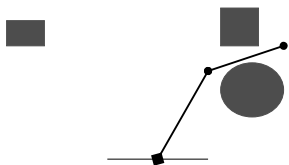


Espace de configuration

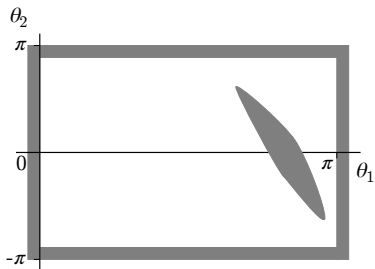


Exemple d'un bras robotique

Espace de travail

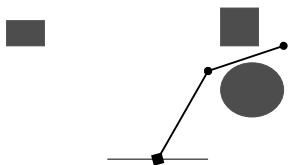


Premier obstacle

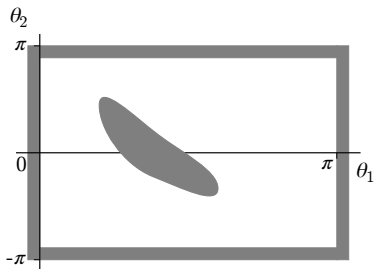


Exemple d'un bras robotique

Espace de travail

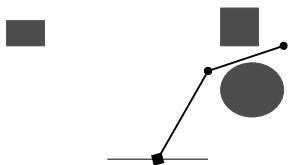


Deuxième obstacle

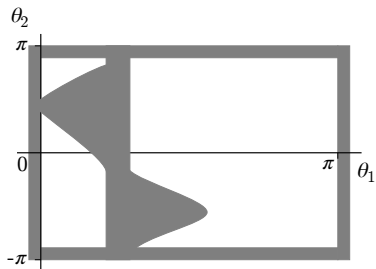


Exemple d'un bras robotique

Espace de travail

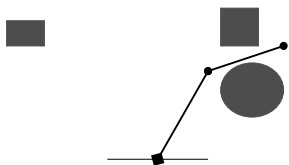


Troisième obstacle

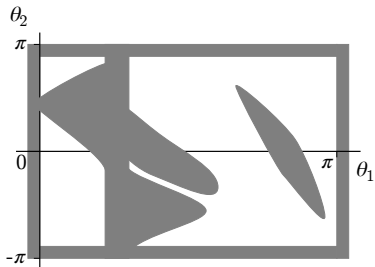


Exemple d'un bras robotique

Espace de travail

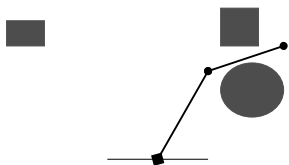


Espace libre

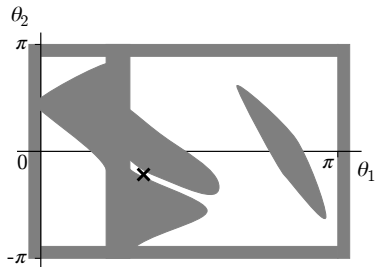


Exemple d'un bras robotique

Espace de travail



Espace libre



6

Conclusion

Conclusion (1/2)

Localisation

- carte connue ;
- inférence par discrétisation ou filtre à particules.

Cartographie

- plusieurs types de cartes ;
- peut être facile si la pose est connue ;
- plusieurs usages.

Conclusion (2/2)

Simultaneous Localization and Mapping

- cas réel de pose inconnue ;
- inférence ou optimisation pour déduire la pose et la carte.

Espace de configuration

- utilisation d'une carte pour la planification ;
- construction des obstacles dépend du type de carte ;
- dimension suivant les degrés de liberté du robot.

Bibliographie

Localisation

- Fox *et al.*, *Markov localization for mobile robots in dynamic environments*, JAIR, 1999.
- Thrun *et al.*, *Robust Monte Carlo localization for mobile robots*, AI, 2001.

SLAM

- introduction :
 - Durrant-Whyte and Bailey, *Simultaneous Localization and Mapping : Part I*, RAM 2006.
 - Bailey and Durrant-Whyte, *Simultaneous Localization and Mapping : Part II*, RAM 2006.
- SLAM avec filtre à particules :
 - Dissanayake *et al.*, *A solution to the simultaneous localisation and mapping (SLAM) problem*, IEEE Trans. Robot. Automat. 2001.
 - Montemerlo *et al.*, *Fast-SLAM 2.0 : An improved particle filtering algorithm for simultaneous localization and mapping that converges*, IJCAI 2003.
 - Grisetti *et al.*, *Improved techniques for grid mapping with Rao-Blackwellized particle filters*, TRO 2007

Bibliographie

Vision :

- Klein and Murray, *Parallel tracking and mapping for small AR workspaces*, ISMAR 2007.
- Scaramuzza and Fraundorfer, *Visual odometry*, RAM 2011.
- Fraundorfer and Scaramuzza, *Visual odometry. Part II*, RAM 2012.

Livres :

- Latombe, *Robot Motion Planning*, Kluwer Academic Publishers 1991.
- Thrun et al., *Probabilistic Robotics*, MIT Press 2005.
- Siciliano et al., *Springer Handbook of Robotics*, Springer 2016.

Merci de votre attention.
Des questions ?